

Universidade Federal de Santa Catarina
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
Área de Engenharia e Ciências Térmicas

MODELAGEM E SIMULAÇÃO NUMÉRICA
DE PISTÃO PNEUMÁTICO PARA
COMPRESSORES DE REFRIGERAÇÃO

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina para obtenção do grau
de Mestre em Engenharia Mecânica


Paulo Rogério Carrara Couto

Florianópolis, 26 de outubro de 2001

Modelagem e Simulação Numérica de Pistão Pneumático para Compressores de Refrigeração

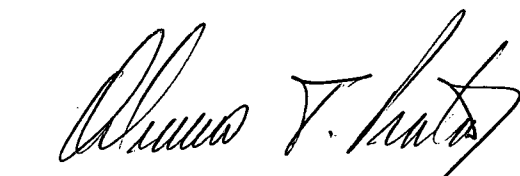
Paulo Rogério Carrara Couto

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da
Universidade Federal de Santa Catarina, como requisito para obtenção do título de
Mestre em Engenharia Mecânica



Prof. Júlio César Passos, Dr.

Coordenador



Prof. Alvaro Toubes Prata, Ph. D.

Orientador



Prof. Daniel S. de Freitas, Dr. Eng. Mec.

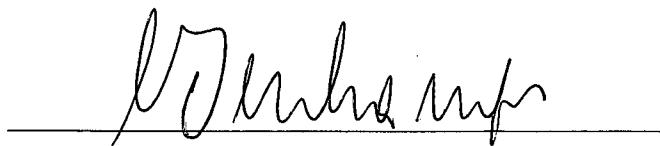
Co-orientador

Banca Examinadora:

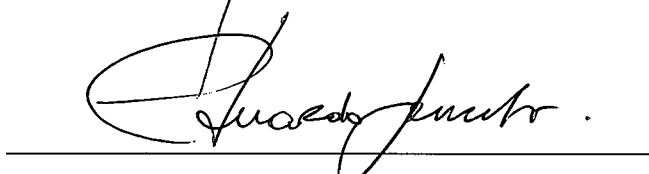


Prof. Antônio Fábio Carvalho da Silva, Dr. Eng.

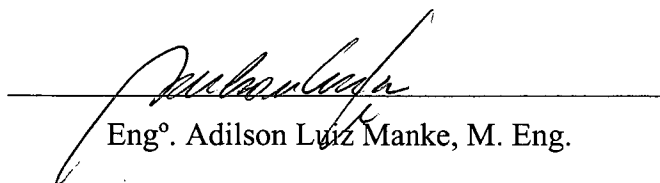
Presidente



Prof. Cesar Deschamps, Ph.D



Prof. Eduardo Alberto Fancello, Dr. Sc.



Engº. Adilson Luiz Manke, M. Eng.

***Este trabalho é dedicado à minha família; meus pais,
Matheus Couto Filho e Dayse Aparecida Carrara Couto;
meu irmão, Carlos André.***

*À minha noiva Paula
pelo carinho e companheirismo.*

Agradecimentos

A todos os brasileiros, que através da Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, financiaram este trabalho;

Ao professor Alvaro Toubes Prata, pela dedicação e competência na orientação;

Ao professor Daniel Santana de Freitas pelas informações e pelo acompanhamento deste trabalho;

Ao engenheiro Rinaldo Puff e ao técnico Dietmar Lilie pelas contribuições dadas a este trabalho;

À EMBRACO, Empresa Brasileira de Compressores S.A., pelas informações cedidas;

Aos professores Antônio Fábio Carvalho da Silva, Cesar Deschamps e Eduardo Alberto Fancello por comporem a banca examinadora;

A todos os amigos do NRVA, professores, funcionários, alunos de graduação, pós-graduação e técnicos pelo agradável ambiente de trabalho;

Aos meus muitos amigos pelas horas de lazer e descontração;

A todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

Sumário

Simbologia	viii
Lista de Figuras	xii
Lista de Tabelas	xvi
Resumo	xvii
Abstract	xix
Capítulo 1	
INTRODUÇÃO	1
1.1 Descrição do Problema	2
1.2 Revisão Bibliográfica	4
1.3 Objetivos do Trabalho	7
Capítulo 2	
FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	8
2.1 Aspectos Geométricos	9
2.1.1 Alimentação por capilares	9
2.1.2 Alimentação por buchas porosas	10
2.2 Modelo Físico e Matemático	11
2.2.1 Equação do fenômeno físico	12
2.2.2 Condições de contorno	13
2.2.3 Espessura local do filme fluido	13
2.2.4 Adimensionalização das equações	15
2.3 Insuflamento de Refrigerante	16
2.4 Conservação dos Fluxos Mássicos	19

2.5 Dinâmica do Pistão Pneumático	20
2.5.1 Esforços hidrodinâmicos	22
2.5.2 Esforços eletromagnéticos	22
Capítulo 3	
METODOLOGIA DE SOLUÇÃO	24
3.1 Método de Elementos Finitos	24
3.2 Discretização do Domínio de Solução	25
3.3 Solução por Elementos Finitos	26
3.3.1 Formulação variacional do problema	27
3.3.2 Aproximação por Elementos Finitos	31
3.4 Solução do Sistema Linear	33
Capítulo 4	
RESULTADOS E DISCUSSÕES	35
4.1 Pistão Pneumático Padrão	35
4.2 Avaliação da Malha Computacional	37
4.3 Avaliação do Intervalo de tempo	40
4.4 Avaliação da Consistência dos Resultados	42
4.4.1 Caso 1(força constante)	42
4.4.2 Caso 2 (momento constante)	45
4.4.3 Caso 3 (força variável)	47
4.5 Avaliação do Pistão Pneumático Padrão	49
4.5.1 Órbita do pistão pneumático	49
4.5.2 Fluxo mássico insuflado nos orifícios de alimentação	52
4.5.3 Pressão nos orifícios de alimentação	53
4.5.4 Regime de escoamento nos capilares	55
4.6 Avaliação Geométrica dos Capilares	56
4.7 Avaliação Geométrica dos Orifícios de Alimentação	59
4.8 Avaliação do Número de Orifícios de Alimentação	62
4.9 Avaliação do Carregamento Externo	64
4.10 Avaliação da Folga Radial	69
Capítulo 5	
UTILIZAÇÃO DE BUCHAS POROSAS	74

Capítulo 6	
CONCLUSÕES	79
Referências Bibliográficas	82
Apêndice A	
EQUAÇÃO DE REYNOLDS	85
Apêndice B	
ESPESSURA DO FILME FLUIDO	89
Apêndice C	
ADIMENSIONALIZAÇÕES	93
Apêndice D	
ALGORITMO DE SOLUÇÃO	96
Apêndice E	
EXEMPLO DE APLICAÇÃO	100
Apêndice F	
ÓRBITAS DO PISTÃO PNEUMÁTICO	110
Apêndice G	
ESCOAMENTO NOS CAPILARES	121

Simbologia

A_{cap}	área transversal do capilar [m^2]
c	folga radial [m]
D_p	diâmetro do pistão [m]
D_h	diâmetro hidráulico [m]
e	excentricidade do pistão
f	fator de atrito
F	vetor elementar
F_o	força eletromagnética [N]
F_r	força hidrodinâmica [N]
h	espessura do filme fluido [m]
H	espessura adimensional do filme fluido [h/c]
k	permeabilidade do meio poroso [m^2]
K	matriz elementar
L	comprimento do pistão [m]
L_{cap}	comprimento do capilar [m]
L_B	comprimento característico da bucha porosa [m]
\dot{m}	fluxo mássico [kg/s]
M_o	momento eletromagnético [Nm]
M_r	momento hidrodinâmico [Nm]
\hat{n}	vetor unitário
p	pressão no filme fluido [Pa]
P	pressão adimensional no filme fluido
$P_{\text{câmara}}$	pressão na câmara de compressão [Pa]

P_{cap}	perímetro do capilar [m]
P_{comp}	pressão de condensação [Pa]
P_{suc}	pressão de sucção [Pa]
R	raio do cilindro [m]
\mathfrak{R}	constante do gás [J/kgK]
Re_{Dh}	número de Reynolds baseado no diâmetro hidráulico
S	termo fonte da equação de Reynolds
t	tempo [s]
t^*	tempo adimensional
T	temperatura do lubrificante [K]
u_k	velocidade média ao longo da seção transversal da bucha porosa [m/s]
v_{desc}	velocidade do refrigerante insuflado no filme fluido [m/s]
V_p	velocidade axial do pistão [m/s]
V_R	velocidade da superfície do pistão [m/s]
V_{R+h}	velocidade da superfície do cilindro [m/s]
x	eixo do plano transversal do pistão
z	eixo do plano transversal do pistão
y	eixo axial do sistema de coordenadas
y_{pst}	posição axial do topo do pistão pneumático [m]
y^*	eixo axial adimensional do sistema de coordenadas

Símbolos Gregos

α	coeficientes da equação de Reynolds adimensional
β	termo fonte genérico
ε	relação de excentricidade do pistão pneumático
ϕ, Π	variáveis genéricas
η	coeficiente da equação de difusão da variável genérica Π
μ	viscosidade absoluta do refrigerante [Pa.s]
ν	funções de teste do método de elementos finitos
θ	eixo circunferencial do sistema de coordenadas

ρ	massa específica do refrigerante [kg/m ³]
$\vec{\sigma}$	vetor utilizado no teorema da divergência
ϖ	porosidade do meio poroso
ξ	eixo axial transformado
η	eixo circunferencial transformado
Δ	variação
Λ	grupo adimensional da equação de Reynolds
Ψ	funções de forma no plano $(\theta, y)^*$
$\hat{\Psi}$	funções de forma no plano (ξ, η)
Ω_e	identificador do elemento de discretização do domínio
$S\Omega_e$	identificador do contorno do elemento de discretização
$\vec{\Gamma}$	vetor genérico para aplicação do teorema da divergência
∇	divergente

Índices inferiores

<i>cap</i>	capilares
<i>comp</i>	linha de condensação
<i>desc</i>	linha de descarga do compressor
<i>fe</i>	filme espremido
<i>furo</i>	orifícios de alimentação
<i>ref</i>	referência
<i>xo</i>	posição do topo do pistão ao longo do eixo x
<i>zo</i>	posição do topo do pistão ao longo do eixo z
<i>x1</i>	posição da saia do pistão ao longo do eixo x
<i>z1</i>	posição da saia do pistão ao longo do eixo x
<i>pst</i>	pistão
θ	direção circunferencial
<i>y</i>	direção axial

Índices superiores

—	valor médio
e	referente ao elemento do domínio
*	adimensional

Lista de Figuras

Figura 1.1	– Representação do mecanismo pistão/biela em compressores alternativos.	2
Figura 1.2	– Representação esquemática da nova concepção de movimentação do pistão.	3
Figura 2.1	– Representação da montagem do pistão pneumático (a), cilindro (b).	8
Figura 2.2	– Geometria do problema com alimentação por capilares.	9
Figura 2.3	– Geometria do problema com alimentação por buchas porosas.	10
Figura 2.4	– Dominio de solução para o pistão pneumático.	11
Figura 2.5	– Posicionamento do pistão quanto as excentricidades radiais.	14
Figura 2.6	– Circuito de distribuição de fluido lubrificante,(a) bucha porosa,(b) capilar.	17
Figura 2.7	– Equilíbrio dinâmico de forças sobre o pistão.	21
Figura 2.8	– Esforços eletromagnéticos que atuam sobre o pistão pneumático.	23
Figura 3.1	– Malha computacional.	25
Figura 3.2	– Elemento mestre para elementos triangulares quadráticos.	27
Figura 3.3	– Transformação das coordenadas.	32
Figura 4.1	– Diagrama PxV padrão para o pistão pneumático na condição padrão de operação.	36
Figura 4.2	– Malha computacional com refino local.	38
Figura 4.3	– Influência do refino de malha nas relações de excentricidade do topo e saia do pistão.	39
Figura 4.4	– Órbita do topo e saia do pistão pneumático para diferentes intervalos de tempo.	41

Figura 4.5	– Orientação do carregamento.	43
Figura 4.6	– Deslocamento radial do topo e saia do pistão pneumático submetido a uma força constante, anulada em $t=0,01$ s.	44
Figura 4.7	– Evolução temporal do campo de pressões para uma força constante.	45
Figura 4.8	– Deslocamento radial do topo e saia do pistão pneumático submetido a um momento constante que é anulado em $t=0,01$ s.	46
Figura 4.9	– Evolução temporal do campo de pressões para um momento constante.	47
Figura 4.10	– Carregamento variável.	48
Figura 4.11	– Deslocamento lateral do topo e saia do pistão pneumático submetido a um carregamento senoidal.	48
Figura 4.12	– Deslocamento lateral do topo e saia do pistão pneumático submetido a uma carregamento cossenoidal.	49
Figura 4.13	– Órbita do topo do pistão pneumático padrão.	50
Figura 4.14	– Órbita da saia do pistão pneumático padrão.	50
Figura 4.15	– Evolução temporal do campo de pressões do pistão pneumático padrão.	51
Figura 4.16	– Fluxo mássico insuflado nos orifícios de alimentação do pistão pneumático.	52
Figura 4.17	– Pressão nos orifícios de alimentação do pistão pneumático padrão.	53
Figura 4.18	– Evolução temporal da relação de pressões em $y^* = 0$ para o pistão pneumático padrão.	54
Figura 4.19	– Evolução temporal dos fluxos mássicos no filme fluido do pistão pneumático padrão.	55
Figura 4.20	– Evolução temporal do número de Reynolds nos capilares do pistão pneumático padrão.	56
Figura 4.21	– Influência do diâmetro hidráulico dos capilares nas relações de excentricidade do topo e da saia do pistão.	57
Figura 4.22	– Influência do diâmetro hidráulico dos capilares no fluxo mássico total insuflado no filme fluido.	58
Figura 4.23	– Fluxo total desviado e deslocamento máximo do pistão pneumático para diferentes diâmetros hidráulicos dos capilares.	59

Figura 4.24	– Influência do diâmetro dos orifícios de alimentação nas relações de excentricidade do topo e da saia do pistão.	60
Figura 4.25	– Influência do diâmetro do orifício de alimentação no fluxo mássico total insuflado no filme fluido.	61
Figura 4.26	– Influência do diâmetro do orifício de alimentação no fluxo total desviado e no deslocamento máximo do pistão pneumático.	62
Figura 4.27	– Influência do número de orifícios de alimentação nas relações de excentricidade do topo e da saia do pistão.	63
Figura 4.28	– Influência da magnitude do carregamento externo nas relações de excentricidade do topo e da saia do pistão.	65
Figura 4.29	– Influência da magnitude do carregamento externo no deslocamento máximo do topo e da saia do pistão.	66
Figura 4.30	– Influência do ângulo de atuação do carregamento sobre a órbita do topo do pistão.	67
Figura 4.31	– Influência do ângulo de atuação do carregamento sobre a órbita da saia do pistão.	67
Figura 4.32	– Influência do ângulo de atuação do carregamento no campo de pressões para $t = 0,004 \text{ s}^{(*)}$.	68
Figura 4.33	– Influência da folga radial sobre as relações de excentricidade do topo e da saia do pistão.	70
Figura 4.34	– Influência da folga radial nos campos de pressões do pistão.	71
Figura 4.35	– Influência da folga radial no fluxo mássico total insuflado no filme fluido.	72
Figura 4.36	– Influência da folga radial no fluxo total desviado e no deslocamento máximo do topo e da saia do pistão.	72
Figura 5.1	– Evolução temporal do fluxo mássico médio e da pressão média nos orifícios de alimentação.	75
Figura 5.2	– Geometria característica das buchas porosas.	76
Figura A.1	– Geometria utilizada na dedução da equação de Reynolds.	85
Figura B.1	– Geometria utilizada para dedução da expressão da espessura local do filme lubrificante.	89
Figura B.2	– Posicionamento do pistão em um plano genérico.	90
Figura B.3	– Geometria para correção da espessura do filme lubrificante.	91

Figura E.1	– Domínio de Solução (a), discretização (b).	100
Figura E.2	– Funções de interpolação para um elemento triangular.	102
Figura F.1	– Órbita do pistão pneumático para um capilar com 100 μm de largura.	111
Figura F.2	– Órbita do pistão pneumático para um capilar com 200 μm de largura.	112
Figura F.3	– Órbita do pistão pneumático para um capilar com 300 μm de largura.	113
Figura F.4	– Órbita do pistão pneumático para um capilar com 400 μm de largura.	114
Figura F.5	– Órbita do pistão pneumático para um capilar com 500 μm de largura.	115
Figura F.6	– Órbita do pistão pneumático para um capilar com 600 μm de largura.	116
Figura F.7	– Órbita do pistão pneumático para um capilar com 700 μm de largura.	117
Figura F.8	– Órbita do pistão pneumático para um capilar com 800 μm de largura.	118
Figura F.9	– Órbita do pistão pneumático para um capilar com 900 μm de largura.	119
Figura F.10	– Órbita do pistão pneumático para um capilar com 1000 μm de largura.	120
Figura G.1	– Geometria do capilar	121
Figura G.2	– Evolução das pressões na entrada e na saída do capilar	122
Figura G.3	– Influência da compressibilidade do fluido nas vazões mássicas insufladas – massa específica calculada pela pressão na saída do capilar.	123
Figura G.4	– Influência da compressibilidade do fluido nas vazões mássicas insufladas – massa específica calculada pela média das pressões de entrada e saída.	124
Figura G.5	– Queda de pressão ao longo do capilar para o instante de 0,076 s.	124
Figura G.6	– Massa específica local e velocidade local do fluido refrigerante ao longo do capilar para o instante de 0,076 s.	125

Lista de Tabelas

Tabela 4.1 – Características geométricas e operacionais do pistão pneumático utilizado como padrão.	36
Tabela 4.2 – Características geométricas e operacionais (Caso 1).	43
Tabela 4.3 – Diâmetro hidráulico dos capilares.	58
Tabela 4.4 – Deslocamentos radiais e fluxo de refrigerante desviado para o pistão com 6 e 8 orifícios de alimentação .	64
Tabela 5.1 – Valores médios para avaliação da permeabilidade das buchas.	77
Tabela E.1 – Coordenadas dos pontos nodais.	105
Tabela E.2 – Correspondência entre pontos nodais.	105
Tabela E.3 – Parâmetros dimensionais.	106

Resumo

O presente trabalho contempla o modelamento e a investigação numérica de um pistão pneumático utilizado em compressores de refrigeração doméstica. Trata-se de uma nova concepção onde o conjunto pistão/cilindro submetido a carregamentos dinâmicos é lubrificado aerostaticamente com o próprio fluido refrigerante. O modelo considera o comportamento dinâmico do pistão, levando em conta desalinhamentos axiais e deslocamentos radiais, além de subsistemas de alimentação do filme fluido.

É apresentada uma metodologia de Elementos Finitos para a solução da equação de Reynolds que governa o fenômeno da Lubrificação.

A equação de Reynolds é integrada sobre o domínio de solução resultando em um sistema linear que é resolvido através da decomposição LU de sistemas lineares. As equações da dinâmica do pistão são resolvidas separadamente da equação de Reynolds.

Para a solução desta equação foi desenvolvido um código computacional utilizando o método de Elementos Finitos que simula computacionalmente o “mancal aerostático” formado pelo espaço entre pistão e cilindro. A escolha deste método foi baseada em sua precisão mesmo com malhas pouco refinadas. Tal precisão faz-se necessária uma vez que o domínio de solução engloba orifícios de alimentação e um movimento oscilatório do pistão em altas frequências.

Aspectos geométricos e de operação são investigados buscando o levantamento do comportamento do pistão quando submetido a diferentes condições de operação.

Informações sobre a órbita do pistão, consumo de lubrificante e desempenho do conjunto são obtidas com a utilização do programa computacional que apresentou-se bastante estável e confiável. Porém não foi possível estabelecer comparações com

trabalhos da literatura da área por tratar-se de uma nova concepção que associa efeitos de lubrificação aerostática a pistões de refrigeradores submetidos a movimentos alternativos. Normalmente são avaliados mancais areostáticos planos, cilíndricos e esféricos submetidos a carregamentos estáticos e ou dinâmicos associados a movimentos giratórios.

Abstract

This work deals with the modeling and the numerical investigation of a pneumatic piston of compressors employed in household refrigerators. The piston adopts a new conception where the coupling piston/cylinder is submitted to dynamic loads and aerostatically lubricated with its own refrigerant. The model considers the dynamic behavior of the piston, taking into account axial misalignments and radial displacements, as well as feeding orifices that keep a fluid film between the cylinder and the piston walls.

A methodology of Finite Elements is adopted for the solution of the Reynolds equation that governs the lubrication phenomenon. The Reynolds equations and the equations for the dynamics of the piston are solved using a segregated methodology, resulting in a linear system that is solved through the LU factorization of linear systems.

For the solution of the Reynolds equation in the region between the piston and the cylinder a computer code was developed using the Finite Element Method. The choice of this method was based on the precision that can be achieved even with not so refined meshes. Such precision is necessary since the solution domain includes feeding orifices in the presence of a high frequency oscillatory motion of the piston.

Different geometric parameters and operating conditions are investigated to evaluate the orbit of the piston.

Information on the piston orbit, lubricant mass flow rate through the feeding orifice and pressure field are obtained utilizing the computational code, which has proved to be stable and reliable. However, it was not possible to establish comparisons with other works from related literature regarding this new conception.

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

A análise do comportamento dinâmico do pistão em compressores alternativos em sistemas de refrigeração doméstica tem, entre outros, o objetivo de determinar características operacionais tais como a espessura local do filme fluido, a vazão de lubrificante e as perdas mecânicas por fricção. O conhecimento destas características operacionais permite a otimização do conjunto pistão/cilindro através da variação de parâmetros geométricos que determinam o funcionamento do sistema. Desta forma, obtém-se informações que auxiliam o projeto do compressor para torná-lo mais eficiente e confiável.

Em algumas máquinas alternativas, entre elas os compressores, carregamentos cíclicos são aplicados sobre o pistão. Estes carregamentos estão associados a elevadas pressões originadas na câmara de compressão. No presente trabalho o movimento alternativo do pistão é obtido pela variação de um campo eletromagnético, sendo este movimento transmitido por uma haste rígida e não mais pelo conjunto biela/eixo excêntrico, o que reduz significativamente os esforços sobre o pistão. Por outro lado, a lubrificação do pistão é feita utilizando-se o próprio fluido refrigerante na fase gasosa o que reduz os coeficientes de rigidez e amortecimento do filme fluido que ocupa a folga entre pistão e cilindro, fazendo com que o movimento do pistão se torne menos estável.

Na discussão dos resultados será dada maior ênfase à rigidez do conjunto pistão/cilindro e ao consumo de refrigerante utilizado para a sustentação do pistão. As perdas mecânicas decorrentes do atrito viscoso entre pistão e cilindro serão ignoradas

em virtude da baixa viscosidade do lubrificante gasoso, e não serão consideradas no presente trabalho.

1.1 Descrição do Problema

Compressores herméticos são largamente utilizados na indústria de refrigeração para sistemas domésticos. Estes compressores utilizam como princípio base de seu funcionamento o movimento alternativo de um pistão, oriundo do movimento rotativo de um eixo excêntrico. O movimento de translação é obtido conectando-se o pistão ao eixo através da biela, como indicado na figura 1.1 a seguir.

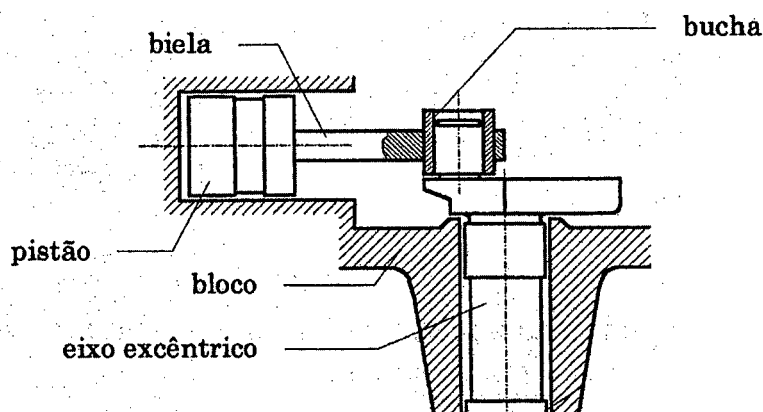


Figura 1.1 – Representação do mecanismo pistão/biela em compressores alternativos.

Elevados índices de sofisticação foram atingidos nos sistemas atuais, o que tem possibilitado a fabricação de compressores de alto rendimento. Entretanto, o mercado tem exigido níveis de desempenho cada vez mais elevados. Para que tais níveis possam ser alcançados, faz-se necessário repensar a concepção do compressor atual, uma vez que melhorias do mesmo estão se tornando cada vez mais difíceis de serem estabelecidas tamanha a sofisticação requerida.

Recentemente, uma nova linha de desenvolvimento de compressores está sendo consolidada, na qual o movimento alternativo do sistema de compressão é obtido através da variação de um campo eletromagnético, eliminando assim a necessidade do conjunto biela/manivela do sistema tradicional.

Nestes novos sistemas, há uma redução significativa dos esforços radiais presentes no sistema pistão/biela tradicional. Esta nova concepção é apresentada esquematicamente na figura 1.2.

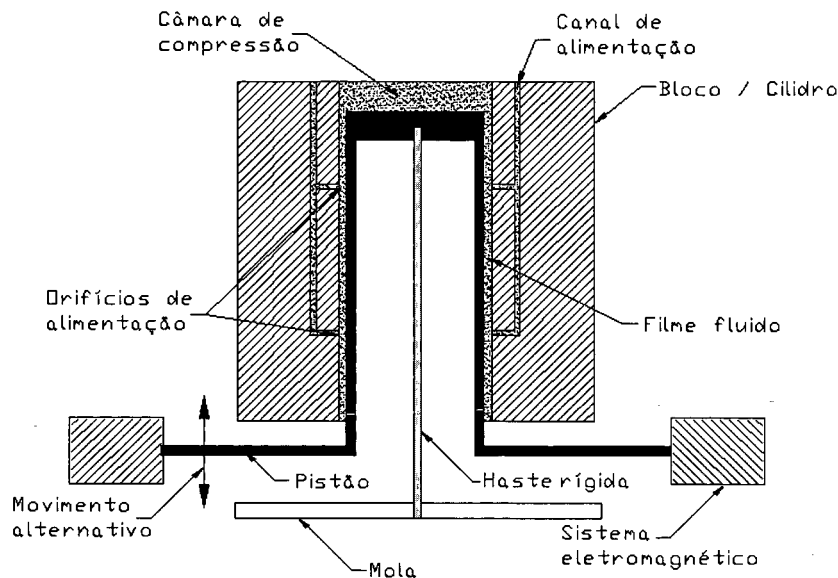


Figura 1.2 – Representação esquemática da nova concepção de movimentação do pistão.

A redução dos esforços nesta nova concepção abre espaço para a utilização de fluidos lubrificantes de baixa densidade, permitindo assim que a lubrificação do compressor possa ser feita pelo próprio fluido refrigerante.

Nesta nova concepção, o compressor passa a operar sem óleo lubrificante, o que, além de reduzir custos, elimina o problema de contaminação do fluido refrigerante.

A separação entre o pistão e o cilindro é normalmente obtida pela atuação de um filme lubrificante. Na figura 1.2 esta separação é conseguida de maneira aerostática através de uma camada gasosa originada pela recirculação de uma parte do refrigerante que retorna da câmara de compressão. Esta recirculação é obtida pelo desvio do fluido comprimido, através de um sistema de canalizações especialmente construído como é indicado na figura 1.2. O filme de lubrificante é mantido pelo desvio do fluxo de descarga do compressor. Desta forma, um parâmetro crítico no projeto é a fração de refrigerante que será recirculada através deste desvio, pois o excesso de fluido recirculado compromete seriamente o rendimento volumétrico do compressor. Por outro lado, a lubrificação insuficiente poderá não garantir a rigidez necessária para que o contato entre pistão e o cilindro seja evitado.

A determinação da vazão de refrigerante que deve ser recirculada para lubrificar a folga pistão/cilindro consiste fundamentalmente em dimensionar adequadamente tanto o conjunto de canalizações e os orifícios de alimentação que conduzirão o fluido desviado ao cilindro, como a folga radial associada ao movimento do

pistão. Este dimensionamento pode adquirir características empíricas através da construção de protótipos e de uma série de testes de funcionamento, o que demanda tempo e recursos para a realização dos inúmeros ensaios requeridos.

Outra alternativa é avaliar tais parâmetros através de indicações teóricas associadas a experimentações numéricas em computador baseadas em modelos físicos adequados e respectivas equações que governam o escoamento em questão. Tais equações são obtidas pela Teoria da Lubrificação e fazem parte do universo da Mecânica dos Fluidos.

As equações que governam o fenômeno de lubrificação quando resolvidas, fornecem o campo de pressões entre superfícies muito próximas submetidas a atuação de um fluido, o lubrificante. No presente trabalho as superfícies são o pistão e o cilindro, e o lubrificante é o próprio refrigerante. A obtenção do campo de pressões entre estas superfícies permite a determinação da vazão de fluido requerida para a lubrificação, além da geometria da folga radial e das dimensões do conjunto de alimentação que garanta rigidez suficiente para impedir o contato entre o pistão e o cilindro.

A solução das equações do problema, em particular a equação da lubrificação, também conhecida como equação de Reynolds, é de difícil obtenção, pois trata-se de uma Equação Diferencial Parcial não linear. Sua solução deve ser obtida através do uso de métodos numéricos.

Para a solução desta equação foi desenvolvido um código computacional utilizando o método de Elementos Finitos que simula computacionalmente o “mancal” aerostático formado pelo espaço entre pistão e cilindro. A escolha deste método foi baseada em sua precisão mesmo com malhas pouco refinadas. Tal precisão faz-se necessária uma vez que o domínio de solução engloba orifícios de alimentação e um movimento oscilatório do pistão em altas frequências.

1.2 Revisão Bibliográfica

Diversos trabalhos sobre mancais aerostáticos podem ser encontrados na literatura. Entretanto as peculiaridades associadas à utilização destes dispositivos em compressores de refrigeração exigem que estes trabalhos sejam utilizados cuidadosamente como referência. Alguns trabalhos que guardam semelhanças ao objeto da presente investigação serão revisados a seguir;

Dowson (1961) considerou os efeitos inerciais associados ao escoamento de fluido dentro de câmaras de expansão de um mancal de escora circular, estabeleceu uma análise entre a geometria das câmaras e a capacidade de carga, e demonstrou que os efeitos inerciais proporcionam um aumento dos níveis de pressão na câmara de expansão favorecendo a capacidade de suportar carga do mancal.

Mohsin (1962) realizou um estudo da capacidade de suportar carga para um mancal de escora alimentado por válvulas de diafragma e mancais operando com vazão constante, mostrando que o controle de vazão possibilita um significativo aumento na rigidez do mancal.

Ho e Chen (1979) realizaram experimentalmente um levantamento do desempenho de mancais hidrostáticos alimentados com compensação capilar sobre a velocidade de operação dos mesmos. Analisaram o efeito do regime de operação sobre a potência dissipada e a capacidade de carga.

Rowe et al. (1982) estabeleceram uma comparação entre os métodos de Diferenças Finitas e Elementos Finitos para a simulação de mancais radiais operando com altas relações de excentricidade.

Barwell (1983) utilizando a técnica de Elementos Finitos estudou a seleção de modelos matemáticos associados a mancais de deslizamento e mancais radiais considerando efeitos inerciais e de turbulência

Huebner (1983) avaliou a influência das variações de viscosidade do lubrificante devido à variações de temperatura utilizando modelos termodinâmicos. Modelou a lubrificação a gás incluindo os efeitos da compressibilidade do lubrificante frente a variações da geometria do mancal oriundas das deformações do mesmo.

El-Sherbiny et al. (1984) avaliaram o efeito das recirculações do filme fluido nas câmaras de expansão do sistema de alimentação por restritores sobre a potência dissipada nos mancais. Determinaram experimentalmente correlações para o cálculo do fator de atrito destas câmaras para diferentes regimes de escoamento.

Kennedy et al. (1988) avaliaram a perturbação térmica das superfícies de um mancal de escora cônico sobre o filme fluido e realizaram uma análise da capacidade de carga do mancal sujeito a um filme isotérmico.

Fourka e Bonis (1997) investigaram a utilização de orifícios e canais porosos para alimentação do filme lubrificante, denominados orifícios de compensação, com particular ênfase na capacidade de suportar carga e na rigidez dos mancais. Avaliaram aspectos geométricos dos orifícios e a permeabilidade dos materiais porosos utilizados para confecção destes sistemas de alimentação.

Kassab et al. (1997) determinaram experimentalmente a influência das condições de operação e da geometria dos orifícios de alimentação sobre o desempenho de mancais aerostáticos retangulares. Avaliaram a capacidade de carga destes mancais para diferentes espessuras de filme lubrificante e diâmetros dos orifícios de alimentação.

Freitas e Prata (1998) avaliaram a capacidade de carga e a rigidez de mancais aerostáticos duplo-esféricos utilizando a técnica de Volumes Finitos e investigaram o uso de restritores para alimentação do filme lubrificante.

Tian (1998) utilizou a técnica de elementos finitos para determinar numericamente o comportamento de mancais porosos sujeitos a carregamento estático frente a variações de espessura do filme lubrificante. Estabeleceu um comparativo entre resultados experimentais e modelos uni e tridimensionais para a matriz porosa de alimentação.

Freitas e Prata (1999) realizaram um estudo preliminar a respeito de pistões pneumáticos utilizando a técnica de Elementos Finitos, objeto deste trabalho, obtendo boas indicações da viabilidade do emprego destes dispositivos na confecção de compressores herméticos de refrigeração. Tal trabalho motivou a realização da presente dissertação e serviu de ponto de partida para a mesma.

Yoshimoto et al. (1999) avaliaram a utilização de mancais aerostáticos alimentados por orifícios de compensação para a construção de equipamentos de precisão,

e determinaram numérica e experimentalmente o comportamento destes dispositivos frente a variações de inclinação entre as superfícies que compõe o mancal; aspectos construtivos dos orifícios e de operação do mancal também foram considerados.

1.3 Objetivos do Trabalho

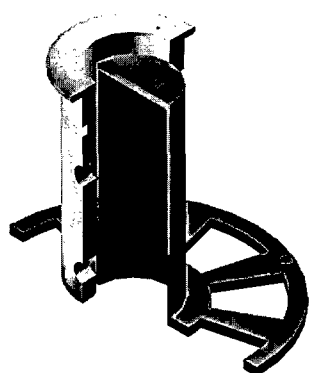
O presente trabalho visa a modelação teórica, a simulação numérica e a avaliação geométrica de um pistão lubrificado aerostaticamente, denominado pistão pneumático, que poderá vir a ser utilizado em compressores de refrigeradores domésticos, como alternativa ao sistema biela/manivela convencional.

Neste trabalho aborda-se a viabilidade do emprego do refrigerante como fluido de lubrificação. O êxito na utilização do fluido de refrigeração como lubrificante depende da otimização do sistema de alimentação aerostática, uma vez que parte do fluxo bombeado é desviado de volta à câmara de compressão reduzindo assim a eficiência volumétrica do compressor. Deve-se encontrar a melhor combinação de parâmetros geométricos e de operação que reduzam esta perda de eficiência e maximizem a rigidez do sistema de modo que o contato entre pistão e cilindro possa ser evitado.

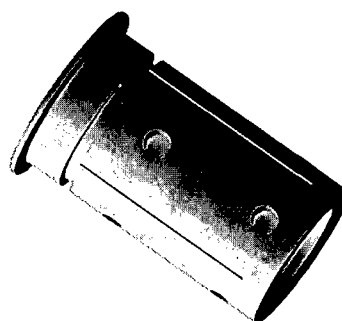
Capítulo 2

MODELAGEM DO PROBLEMA

O pistão pneumático em questão é constituído por um pistão e um cilindro que são montados de acordo com a figura 2.1. O modelamento físico e matemático é baseado na Teoria da Lubrificação e consiste em estabelecer uma equação diferencial aplicável ao escoamento confinado entre as superfícies que limitam a folga radial. Trata-se de prever o campo de pressões associado ao escoamento laminar de um fluido compressível entre cilindros excêntricos muito próximos. Uma vez avaliado o campo de pressões, pode-se calcular a rigidez do filme lubrificante, a fim de evitar que as superfícies estabeleçam contato, nas condições de operação do pistão pneumático.



(a)



(b)

Figura 2.1 – Representação da montagem do pistão pneumático (a), cilindro (b).

Associado ao modelo do pistão pneumático estão sub-modelos que descrevem a alimentação de fluido lubrificante e a dinâmica do sistema.

2.1 Aspectos Geométricos

A geometria em estudo é apresentada na figura 2.1. O espaço que separa o pistão do cilindro é alimentado com fluido por um conjunto de orifícios dispostos axissimetricamente e interligados por linhas de distribuição. Os orifícios de alimentação deverão ser abastecidos com fluido refrigerante de modo a se obter um insuflamento contínuo e eficiente mesmo quando níveis elevados de pressão são alcançados no filme fluido adjacente aos orifícios. Visando melhorar a capacidade de sustentação de carga do pistão pneumático são adicionadas restrições ao sistema de alimentação de modo a elevar a perda de carga do sistema e propiciar um mecanismo auto-compensador para o insuflamento contínuo de lubrificante no filme fluido.

Duas propostas para o sistema de alimentação de lubrificante são exploradas de modo a estabelecer uma condição de insuflamento: alimentação por capilares e alimentação por buchas porosas.

2.1.1 Alimentação por capilares

Conforme ilustrado na figura 2.2, uma rede de capilares estabelece a conexão entre os orifícios de alimentação e as linhas de distribuição suprindo assim o conjunto com fluido a alta pressão, desviado da linha de condensação ou da câmara de descarga.

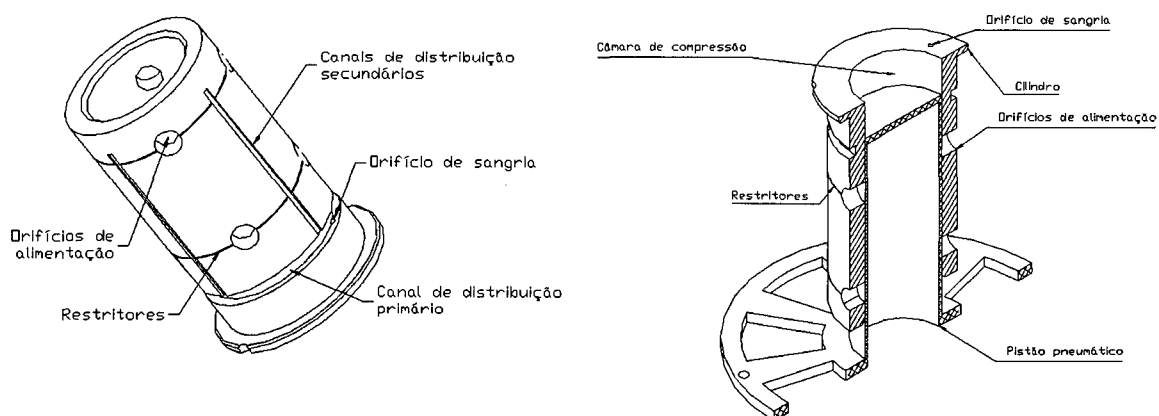


Figura 2.2 – Geometria do problema com alimentação por capilares.

A utilização de capilares para compensação de sistemas de alimentação de mancais aerostáticos é comumente encontrada na literatura da área; ver, por exemplo, Fourka e Bonis (1997), Yoshimoto et al. (2000).

Por tratar-se de um sistema que deverá ser instalado em compressores herméticos de refrigeração, que deverão operar por longos períodos sem manutenção, cuidados especiais são necessários uma vez que o sistema de alimentação pode apresentar problemas de funcionamento por entupimento caso partículas sólidas sejam despejadas no fluido refrigerante, seja por corrosão ou desgaste de algum componente móvel.

2.1.2 Alimentação por buchas porosas

No caso de alimentação por buchas porosas, a restrição necessária ao bom funcionamento do sistema de alimentação é obtida pela inserção de buchas porosas, que acabam funcionando como a associação de muitos capilares reduzindo assim, significativamente, o risco de entupimento total de um orifício de alimentação. Mesmo que partículas sólidas sejam depositadas na bucha porosa ainda restarão diversos “capilares” que poderão ser utilizados para abastecer o respectivo orifício de alimentação. A figura 2.3 ilustra o sistema de alimentação por buchas porosas.

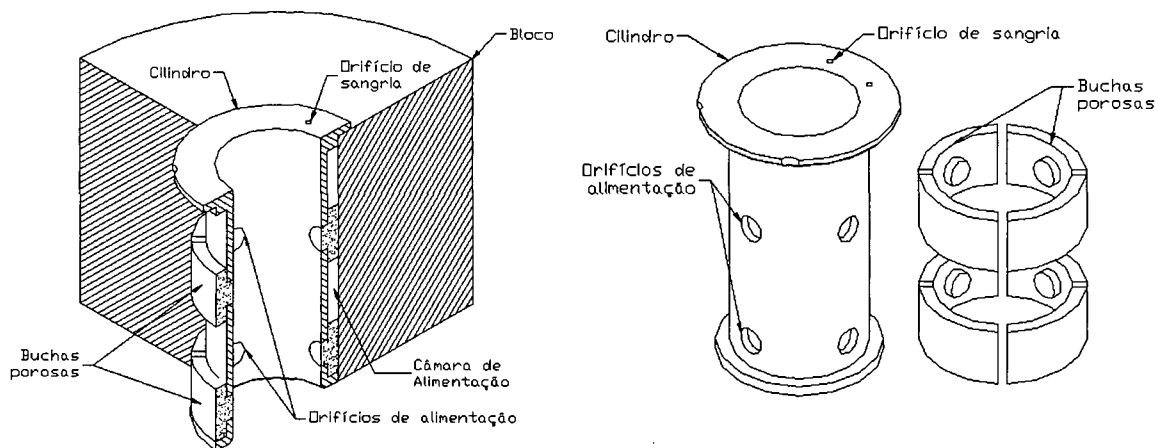


Figura 2.3 – Geometria do problema com alimentação por buchas porosas.

Em ambas as configurações, dependendo da vazão insuflada pelos orifícios de alimentação, a folga radial entre as superfícies ficará preenchida com fluido a uma pressão suficiente para evitar o contato entre o pistão e o cilindro.

2.2 Modelo Físico e Matemático

O campo de pressões na folga radial é obtido através da solução da equação de Reynolds aplicada ao escoamento confinado entre as superfícies do cilindro e do pistão. Uma vez que a folga radial é significativamente menor que as demais dimensões do problema, o mesmo pode ser modelado como bidimensional. O domínio de solução pode então ser representado pela figura 2.4, em coordenadas cilíndricas, submetido às condições de contorno apresentadas. Este domínio de solução foi obtido planificando a folga radial entre o pistão e o cilindro.

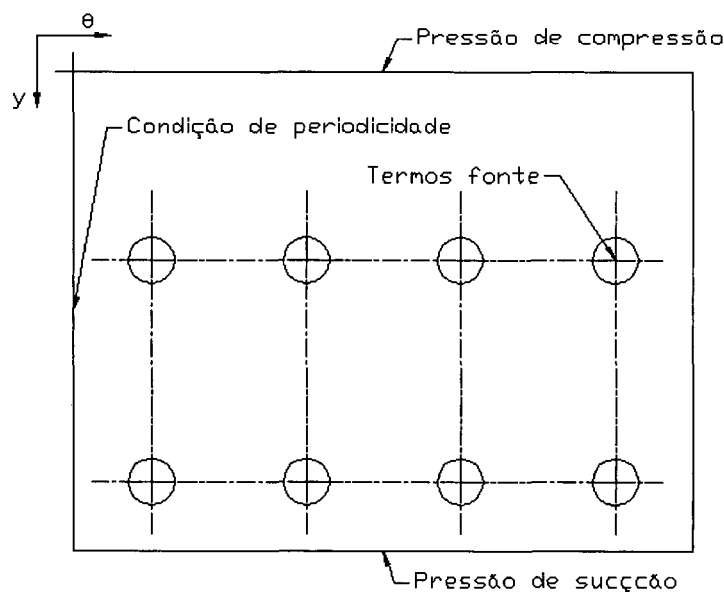


Figura 2.4 – Domínio de solução para o pistão pneumático.

A coordenada radial não é apresentada uma vez que valores médios são considerados nesta direção para que o fenômeno possa ser modelado bidimensionalmente.

Como pode ser observado na figura 2.4, a origem do sistema de coordenadas foi posicionada sobre a intersecção de uma bissetriz entre duas linhas quaisquer de orifícios de alimentação e o topo do cilindro.

2.2.1 Equação do fenômeno físico

Para se obter a equação de Reynolds aplicável ao fenômeno físico em questão, algumas simplificações foram adotadas,

- (i) Os efeitos das forças de campo são ignorados;
- (ii) As forças de inércia são desconsideradas;
- (iii) A pressão não varia ao longo da folga radial;
- (iv) Assume-se a condição de não deslizamento do fluido lubrificante nas superfícies sólidas;
- (v) Escoamento laminar;
- (vi) Fluido lubrificante é um gás perfeito;
- (vii) Viscosidade do fluido lubrificante é constante.

No apêndice A é apresentada a dedução da equação de Reynolds a partir das equações da conservação da massa e da conservação da quantidade de movimento, obtendo-se em coordenadas cilíndricas a seguinte expressão:

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 12\mu \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho h \frac{V_p}{2} \right) + 12\mu (\rho V_{R+h} - \rho V_R) \quad (2.1)$$

onde, todos os símbolos constantes da equação (2.1) são apresentados na nomenclatura.

É necessário que a velocidade radial seja conhecida apenas sobre as superfícies cilíndricas. Em $r = R$, ela representa o movimento radial do pistão, e caracteriza o efeito de “filme espremido”. Em $r = R + h$ a velocidade radial será nula em todo o domínio uma vez que a superfície do cilindro é fixa, exceto para as regiões que coincidirem com os orifícios de alimentação. Nestas regiões a velocidade radial dependerá do insuflamento de refrigerante correspondente.

A compressibilidade do fluido lubrificante deverá ser incorporada ao modelo físico, para tanto faz-se necessário avaliar o comportamento da massa específica do lubrificante frente a variações de pressão e temperatura. Assumindo-se um comportamento de gás perfeito, a massa específica do fluido lubrificante pode ser expressa por

$\rho = p/(\Re T)$. Desprezando-se a inércia do pistão, a velocidade radial do pistão é dada por $V_R = -\partial h/\partial t$, o que permite escrever a equação (2.1) como:

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(p h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(p h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6\mu V_p \frac{\partial}{\partial y} (ph) + 12\mu \Re T (\rho V_{R+h}) + 12\mu \left(p \frac{\partial h}{\partial t} \right) \quad (2.2)$$

2.2.2 Condições de contorno

Como indicado na figura 2.4 não é possível aproveitar condições de simetria porque o estudo envolve tanto deslocamentos radiais como angulares do pistão. Assim, a equação (2.2) deve ser resolvida para todo o domínio computacional, considerando-se as seguintes condições de contorno:

- (i) O campo de pressões é contínuo na extremidade circunferencial do domínio,

$$P_{\theta=0} = P_{\theta=2\pi} \quad (2.3)$$

- (ii) As pressões instantâneas no topo e saia do pistão são prescritas,

$$p(t)_{y=0} = p(t)_{câmara} \quad (2.4)$$

$$p(t)_{y=L} = p(t)_{sucção} \quad (2.5)$$

2.2.3 Espessura local do filme fluido

A excentricidade do pistão com relação ao cilindro e o desalinhamento longitudinal do mesmo promovem variações na espessura do filme fluido tanto nas direções θ como y . Conforme ilustrado na figura 2.5, um ponto qualquer (θ, y) no filme depende de quatro parâmetros que fornecem o posicionamento do pistão junto ao cilindro:

(i) Relações de excentricidade radiais no plano do topo do pistão.

$$\varepsilon_{x0} = e_{x0} / c \quad (2.6)$$

$$\varepsilon_{z0} = e_{z0} / c \quad (2.7)$$

(ii) Relações de excentricidade no plano da saia do pistão.

$$\varepsilon_{x1} = e_{x1} / c \quad (2.8)$$

$$\varepsilon_{z1} = e_{z1} / c \quad (2.9)$$

onde c é a folga radial entre o pistão e o cilindro e as excentricidade radiais e_{x0} , e_{z0} , e_{x1} e e_{z1} são mostradas na figura 2.5.

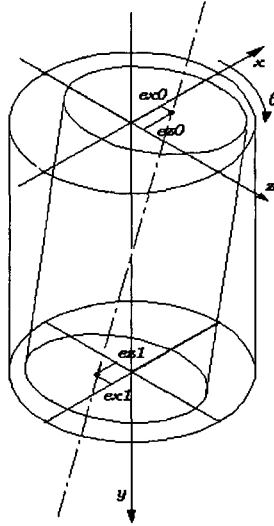


Figura 2.5 – Posicionamento do pistão quanto as excentricidades radiais.

A dedução da expressão que define a espessura do filme fluido em cada ponto do domínio é apresentada no apêndice B e fornece:

$$h(\theta, y) = c \left[1 - \left(1 - \frac{y}{L} + \frac{y_{pst}}{L} \right) (\varepsilon_{x0} \cos \theta + \varepsilon_{z0} \sin \theta) - \left(\frac{y - y_{pst}}{L - y_{pst}} \right) (\varepsilon_{x1} \cos \theta + \varepsilon_{z1} \sin \theta) \right] \quad (2.10)$$

2.2.4 Adimensionalização das equações

Visando simplificar a implementação computacional das equações (2.2) e (2.10) adimensionalizou-se as mesmas com o auxílio das seguintes variáveis:

$$P = \left(\frac{p}{P_{comp}} \right)^2 \quad (2.11)$$

$$H = \frac{h}{c} \quad (2.12)$$

$$y^* = \frac{y}{L} \quad (2.13)$$

$$t^* = \frac{P_{comp} c^2}{24 \mu R^2} t \quad (2.14)$$

onde P_{comp} é a pressão de condensação e L é o comprimento do pistão. As equações (2.2) e (2.10) na forma adimensional ficam assim escritas:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial y^*} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial y^*} \right) = \Lambda \frac{\partial}{\partial y^*} \left(H \sqrt{P} \right) - \frac{\dot{m}_{furo}}{A_{furo} \dot{m}_{ref}} \frac{RL}{c} + \sqrt{P} \left(\frac{\partial H}{\partial t^*} \right) \quad (2.15)$$

$$H(\theta, y^*) = 1 - \left(1 - y^* + y_{pst}^* \right) (\varepsilon_{xo} \cos \theta + \varepsilon_{zo} \sin \theta) - \left(\frac{y^* - y_{pst}^*}{1 - y_{pst}^*} \right) (\varepsilon_{x1} \cos \theta + \varepsilon_{z1} \sin \theta) \quad (2.16)$$

sendo

$$\Lambda = \frac{12 \mu V_p R^2}{P_{comp} c^2 L} = \frac{1}{2} \left(\frac{24 \mu R^2 V_p}{P_{comp} c^2 L} \right) \quad (2.17)$$

$$\dot{m}_{ref} = \frac{P_{comp}^2 c^3}{24 \mu R T_{desc}} \left(\frac{L}{R} \right) \quad (2.18)$$

$$\dot{m}_{furo} = 2(\rho_{desc} v_{desc} A_{cap}) = -(\rho V_{R+h}) A_{furo} \quad (2.19)$$

A equação (2.15) deverá ser resolvida considerando-se as seguintes condições de contorno adimensionais:

$$P_{\theta=0} = P_{\theta=2\pi} \quad (2.20)$$

$$P_{y=0} = \left(\frac{P_{câmara}}{P_{comp}} \right)^2 \quad (2.21)$$

$$P_{y=1} = \left(\frac{P_{suc}}{P_{comp}} \right)^2 \quad (2.22)$$

A obtenção das expressões (2.15) e (2.16) é apresentada no apêndice C.

2.3 Insuflamento de refrigerante

A lubrificação do pistão pneumático será realizada pelo refrigerante desviando-se parte do refrigerante comprimido pelo compressor através de um circuito de distribuição. As características geométricas deste circuito são parâmetros importantíssimos de projeto, pois estarão diretamente relacionados ao fluxo de massa insuflada nos orifícios de alimentação, e desta forma ao rendimento do compressor e a rigidez do conjunto pistão/cilindro. Na figura 2.6 são apresentados os caminhos percorridos pelo fluxo de refrigerante desviado da linha de descarga até os orifícios de alimentação.

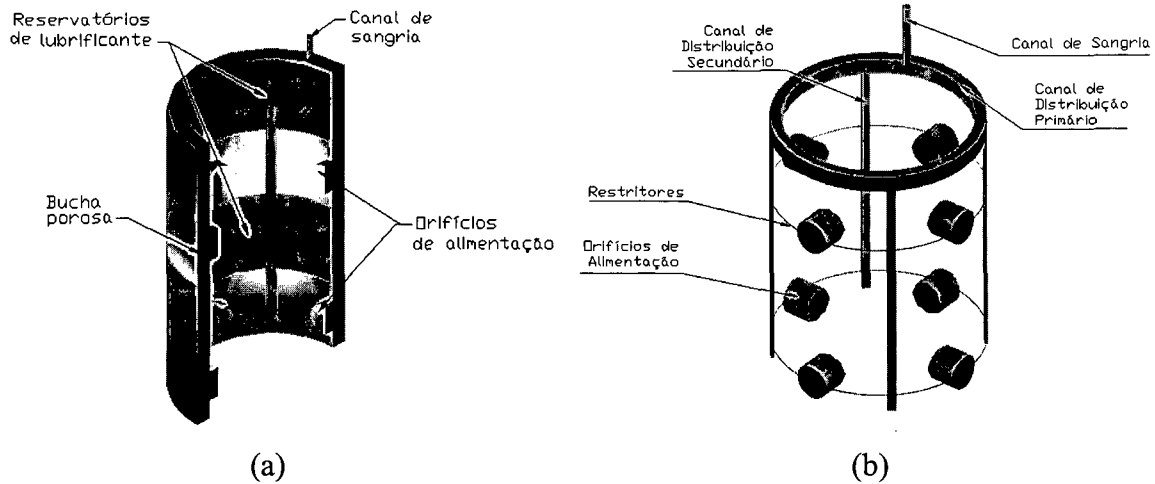


Figura 2.6 – Circuito de distribuição de fluido lubrificante: (a) bucha porosa, (b) capilar.

Na alimentação por capilares, cada orifício de alimentação é suprido por dois capilares e na alimentação por buchas porosas o refrigerante escoar através de um conjunto de pequenos capilares orientados aleatoriamente no interior de cada bucha.

Em ambos os casos, a maior restrição do escoamento é proporcionada pelos capilares, sendo assim, os demais setores envolvidos na distribuição podem ser ignorados no modelamento do insuflamento de lubrificante.

Desta forma, considerou-se a pressão dos reservatórios de refrigerante, (a), e a pressão nos canais de distribuição (b) uniforme e igual a pressão de condensação do sistema de refrigeração, neste trabalho denominada P_{comp} .

Na alimentação por capilares a vazão mássica de refrigerante insuflada em cada orifício de alimentação, em [kg/s], é dada por:

$$\dot{m}_k = 2\rho_k u_k A_{cap} \quad (2.23)$$

onde, ρ_k é a massa específica do refrigerante, u_k é a velocidade média do refrigerante nos capilares. A determinação desta velocidade dependerá do modelo adotado para o escoamento de refrigerante através dos capilares; ver por exemplo Kakaç, Shah e Aung (1987).

- (i) Escoamento incompressível; o gradiente de pressão ao longo do capilar pode ser obtido a partir de (Burmeister, 1983):

$$\Delta p = p_{comp} - p_k = f \frac{L_{cap}}{D_h} \left(\frac{1}{2} \rho_k u_k^2 \right) \quad (2.24)$$

onde o fator de atrito f é dado por:

- Escoamento laminar

$$f = \frac{64}{Re_{D_h}} \quad (2.25)$$

- Escoamento turbulento

$$f = 0,312 Re_{D_h}^{-0,25} \quad (2.26)$$

No apêndice G é apresentado um comparativo entre a formulação compressível e incompressível para o escoamento de refrigerante nos capilares.

Para a alimentação por buchas porosas, a vazão mássica de refrigerante insuflada em cada orifício de alimentação, em [kg/s], é dada por:

$$\dot{m}_k = \rho_k v_k A_{furo} \quad (2.27)$$

onde, ρ_k é a massa específica do refrigerante, v_k é a velocidade média do escoamento ao longo da seção transversal da bucha, dada pela Lei de Darcy:

$$\Delta p = p_{comp} - p_k = \frac{\mu v_k L_B}{k} \quad (2.28)$$

sendo a permeabilidade do meio poroso k calculada por:

$$k = \frac{D_h^2 \varpi}{f (L_{cap} / L_B)^2} \quad (2.29)$$

onde D_h é o diâmetro hidráulico do capilar, ϖ é a porosidade do meio poroso, L_B é o comprimento característico do meio poroso e L_{cap} o comprimento dos capilares no interior do meio poroso.

Tanto no caso da alimentação por capilares como por buchas porosas, o fluxo de massa é diretamente proporcional à diferença de pressão entre o filme fluido e a linha de condensação. Entretanto, os parâmetros associados ao modelamento do insuflamento por capilares podem ser melhor determinados, uma vez que a geometria envolvida é significativamente mais simples. Optou-se então, por implementar a alimentação por capilares e a partir dos resultados obtidos avaliar os parâmetros associados ao escoamento através das buchas porosas.

2.4 Conservação dos fluxos mássicos

Tendo avaliado o fluxo de massa insuflado pelos orifícios de alimentação, deve-se verificar se a conservação da massa está sendo respeitada no domínio de solução. A cada avanço de tempo, no processo de obtenção da solução numérica, a quantidade de refrigerante que está sendo insuflada nos orifícios de alimentação é comparada com a que está sendo eliminada nas extremidades do pistão pneumático.

O fluxo mássico insuflado nos orifícios de alimentação pode ser calculado como a soma do fluxo insuflado por cada orifício, como segue:

$$\overset{o}{m}_{entra} = \sum_{k=1}^{n_{furos}} \overset{o}{m}_{furo} \quad (2.30)$$

O fluxo insuflado preenche a folga radial entre pistão e cilindro promovendo assim a lubrificação do pistão pneumático. Nas extremidades do pistão o fluxo mássico que deixa a superfície de lubrificação pode ser calculado como segue:

$$\overset{o}{m}_{sai} = \overset{o}{m}_{y=L} + \overset{o}{m}_{y=y_{pst}(t)} \quad (2.31)$$

onde $y_{pst}(t)$ é a posição do topo do pistão e $\overset{o}{m}_y$ é a vazão mássica calculada a partir da integração da distribuição de velocidade axial, equação (A.10), ao longo da folga, na

extremidade do pistão. A expressão para \dot{m}_y resulta em,

$$\dot{m}_y = \int_0^{2\pi} \left(-\frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\rho V_p h}{2} \right) R d\theta \quad (2.32)$$

ou, adimensionalmente,

$$\frac{\dot{m}_y}{\dot{m}_{ref}} = \int_0^{2\pi} \left[-\left(\frac{R}{L} \right)^2 H^3 \frac{\partial P}{\partial y} + \Lambda \sqrt{PH} \right] d\theta \quad (2.33)$$

Para que a conservação da massa seja respeitada, deve-se satisfazer a seguinte igualdade:

$$\dot{m}_{entra} = \dot{m}_{sai} + \dot{m}_{fe} \quad (2.34)$$

2.5 Dinâmica do pistão pneumático

Como indicado na figura 2.1, o pistão pneumático é composto de um cilindro e um pistão rígido interligado a um dispositivo eletromagnético responsável pelo o movimento alternativo do compressor. Este dispositivo eletromagnético além do deslocamento axial impõe também deslocamentos transversais e angulares sobre o pistão que se traduzem em forças radiais e momentos.

Associados a estes deslocamentos tem-se uma força e um momento eletromagnéticos, F_o e M_o respectivamente, conhecidos e aplicados sobre o pistão, originando assim o desalinhamento destes componentes como indicado na figura 2.7.

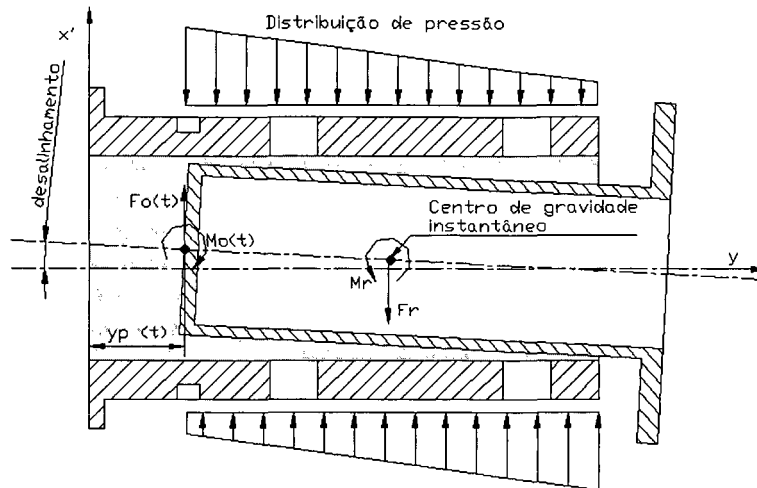


Figura 2.7 – Equilíbrio dinâmico de forças sobre o pistão.

Estes deslocamentos originam um campo de pressões não-simétrico no filme lubrificante, acarretando um momento resultante (M_r) e uma força resultante (F_r) ambos atuando sobre o centro de gravidade da parte do pistão coberta pelo filme lubrificante.

O equilíbrio dinâmico é alcançado quando estes esforços associados ao filme lubrificante forem tais que neutralizem os esforços de origem eletromagnética aplicados ao pistão, $F_o(t)$ e $M_o(t)$. Para tanto é necessário que as velocidades do topo e da base do pistão, $d\varepsilon_o/dt^*$ e $d\varepsilon_1/dt^*$, respectivamente, gerem um campo de pressões que integrado forneça os esforços resultantes necessários ao equilíbrio dinâmico do pistão. Uma vez determinadas estas velocidades pode-se obter a posição do pistão a cada instante de tempo.

É importante observar que na determinação da dinâmica do pistão ignora-se a massa do mesmo. As equações da dinâmica consistem então em simplesmente impor que as resultantes das forças e dos momentos atuando sobre o pistão sejam nulas a cada instante de tempo. Esta é uma boa aproximação que é comumente adotada em problemas desta natureza, ver por exemplo (Fernandes et. al., 2000).

2.5.1 Esforços Hidrodinâmicos

Os esforços hidrodinâmicos, inicialmente desconhecidos, são determinados pela integração do campo de pressões proveniente da solução da equação (2.15). Tendo o campo de pressões sido determinado, pode-se avaliar as componentes da força hidrodinâmica como segue:

$$\frac{F_{rx}}{(P_{comp}RL)} = - \int_0^1 \int_0^{2\pi} \sqrt{P(\theta, y)^*} \cos \theta d\theta dy^* \quad (2.35)$$

$$\frac{F_{rz}}{(P_{comp}RL)} = - \int_0^1 \int_0^{2\pi} \sqrt{P(\theta, y)^*} \sin \theta d\theta dy^* \quad (2.36)$$

e, ainda, as componentes dos momentos associados a tais forças por,

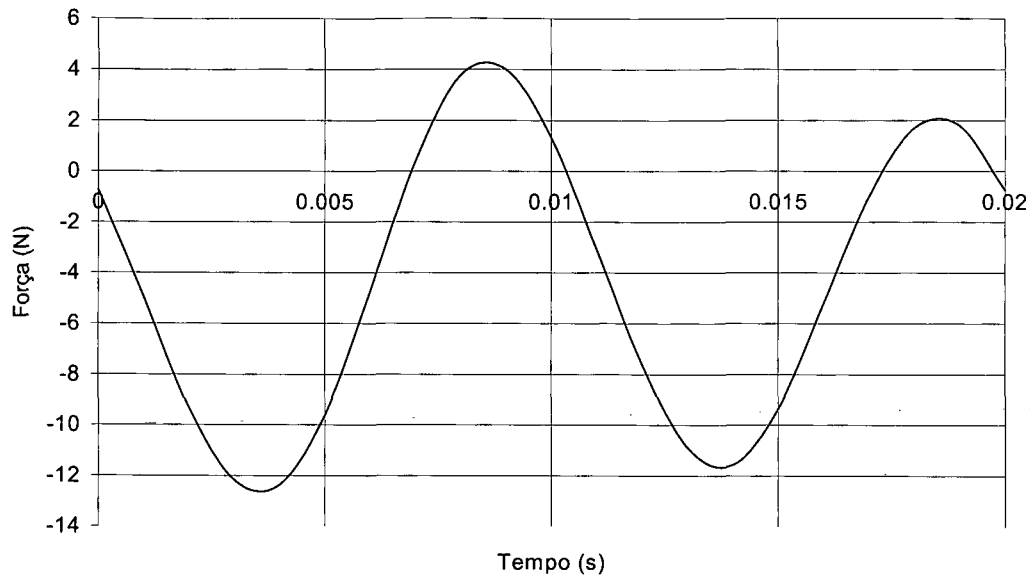
$$\frac{M_{rx}}{(P_{comp}RL)} = \int_0^1 \int_0^{2\pi} \sqrt{P} \sin \theta \left(\frac{1 + y_{pst}^*}{2} - y^* \right) d\theta dy^* \quad (2.37)$$

$$\frac{M_{rz}}{(P_{comp}RL)} = - \int_0^1 \int_0^{2\pi} \sqrt{P} \cos \theta \left(\frac{1 + y_{pst}^*}{2} - y^* \right) d\theta dy^* \quad (2.38)$$

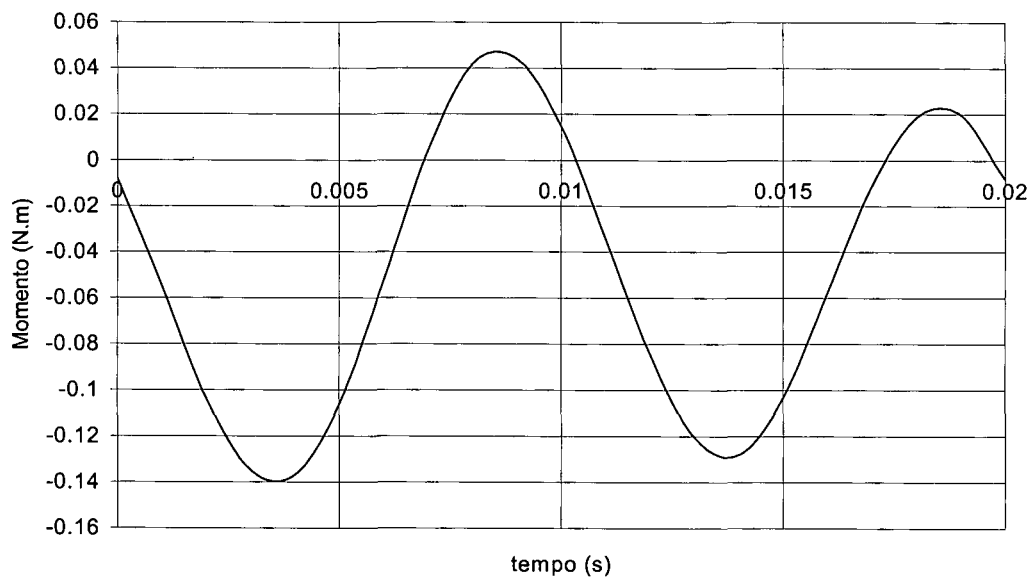
onde $P(\theta, y)^*$ é a pressão adimensional no filme fluido, função das posições circunferencial θ e axial y^* .

2.5.2 Esforços Eletromagnéticos

Durante todo o ciclo de operação do pistão pneumático, os esforços externos são conhecidos e foram obtidos a partir de informações disponibilizadas pela Empresa Brasileira de Compressores S.A. – EMBRACO. Os esforços eletromagnéticos associados ao pistão, $F_o(t)$ e $M_o(t)$, são apresentados na figura 2.8.



(a) Força



(b) Momento

Figura 2.8 – Esforços eletromagnéticos que atuam sobre o pistão pneumático.

Na figura 2.8 são apresentados os carregamentos eletromagnéticos impostos sobre o pistão. No início da simulação o topo do pistão é posicionado junto ao ponto morto inferior, cerca de 18,64 mm do topo do cilindro.

O carregamento é aplicado próximo ao topo do pistão e é posicionado a 10° de uma bissetriz entre duas colunas de orifícios de alimentação, ao longo de todo o período de simulação, 0,02 s.

Capítulo 3

METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

A solução da equação de Reynolds, equação (2.15), só pode ser obtida numericamente. Para tanto, o domínio de solução conforme indicado na figura 2.4, é dividido em pequenas regiões e a equação (2.15) é então integrada numericamente em cada uma destas regiões. A metodologia numérica adotada para a integração da equação (2.15) foi o método de Elementos Finitos, por ser bastante preciso com malhas pouco refinadas e por permitir uma boa caracterização dos orifícios de alimentação.

Durante o processo de integração a equação de Reynolds é transformada em um conjunto de equações algébricas que quando resolvidas fornecem o campo de pressões do filme lubrificante. A integração deste campo permite determinar os esforços hidrodinâmicos que devem anular os esforços externos de modo a se conseguir o equilíbrio de forças sobre o pistão. Uma vez alcançado o equilíbrio, pode-se calcular as velocidades do topo e da saia do pistão e assim determinar a nova posição do mesmo e com isto descrever sua trajetória.

3.1 Método de Elementos Finitos

O método de elementos finitos é um método numérico muito utilizado para a solução de problemas de engenharia. Foi desenvolvido em 1956 para a análise problemas estruturais de aeronaves. Depois disso, devido a suas potencialidades, este método passou a ser utilizado na solução de diferentes tipos de problemas de engenharia.

No método de elementos finitos, o domínio é dividido em regiões denominadas de elementos, os quais possuem pontos, denominados pontos nodais, posicionados sobre a fronteira de cada elemento garantindo a continuidade entre elementos do domínio. Sobre cada elemento a distribuição da variável a ser determinada é considerada conhecida. Normalmente atribui-se uma distribuição polinomial à variável, e esta distribuição, conhecida como função de interpolação, é definida a partir do valor da variável nos pontos nodais. Deve-se satisfazer a condição de continuidade destas funções de interpolação sobre cada fronteira e as funções devem satisfazer a equação do fenômeno em cada elemento.

Uma vez determinada as funções que satisfazem ambas as condições tem-se a solução da equação a ser resolvida.

3.2 Discretização do domínio de solução

No presente trabalho optou-se por discretizar o domínio de solução em elementos triangulares de forma que a geometria dos orifícios de alimentação fosse adequadamente representada. Uma malha típica com 541 pontos nodais, discretizando o domínio em 256 elementos triangulares, é apresentada na figura 3.1 para um domínio com oito orifícios de alimentação simetricamente posicionados.

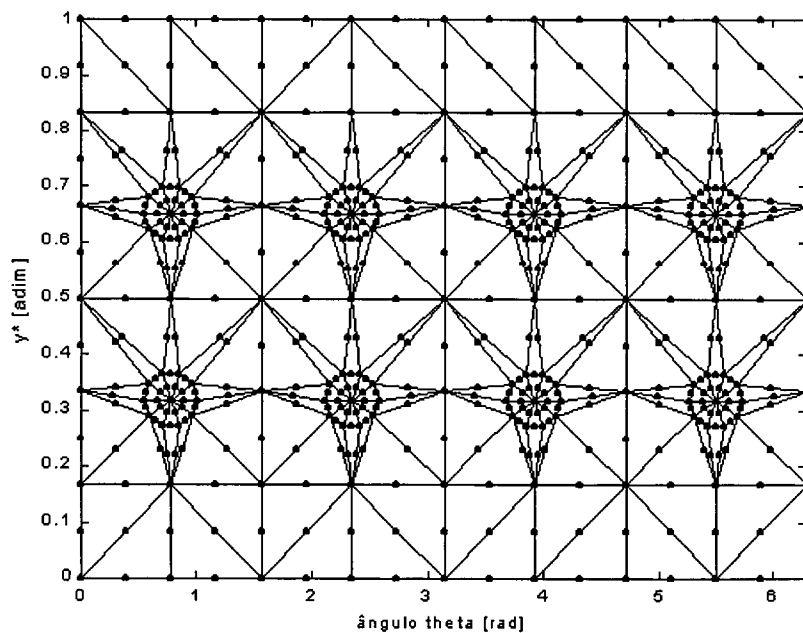


Figura 3.1 – Malha computacional.

O posicionamento dos pontos nodais é definido a partir das características geométricas do domínio, sendo elas:

- Diâmetro do cilindro;
- Comprimento do cilindro;
- Número de orifícios de alimentação;
- Diâmetro dos orifícios;
- Posicionamento dos orifícios;
- Número de pontos axiais e circunferenciais.

De posse destas informações pode-se determinar as coordenadas dos pontos nodais posicionados sobre as fronteiras do domínio, os pontos centrais e os posicionados sobre o círculo definido por cada um dos orifícios de alimentação. Definidos estes pontos, geram-se os pontos sobre todo o domínio de acordo com o número de pontos axiais e circunferenciais, e na sequência verifica-se se algum destes pontos encontra-se posicionado na região dos orifícios e em caso afirmativo despreza-se este ponto.

Uma vez determinado todos os pontos nodais localizados sobre os vértices dos elementos triangulares, executa-se a triangulação dos elementos ajustando-se triângulos aos pontos nodais de maneira que nenhum ponto nodal esteja posicionado no interior destes triângulos. No presente trabalho utilizou-se a subrotina de triangulação de Delaunay do software MatLab para definir o contorno de cada elemento e assim gerar os pontos localizados sobre a mediatriz de cada face.

Os pontos são gerados para caracterizar elementos triangulares quadráticos e assim seis pontos nodais sobre cada elemento são utilizados para determinar as funções de interpolação sobre cada elemento do domínio.

Neste texto não será dada ênfase à triangulação de Delaunay por não considerar a geração de malha um dos objetivos do trabalho.

3.3 Solução por Elementos Finitos

Como indicado na figura 3.1, o domínio de solução é discretizado em elementos triangulares. Para que os cálculos possam ser realizados faz-se necessário definir um elemento típico, representativo de todos os demais. Este elemento será denominado

elemento mestre e é apresentado na figura 3.2 considerando aproximações quadráticas das funções de interpolação.

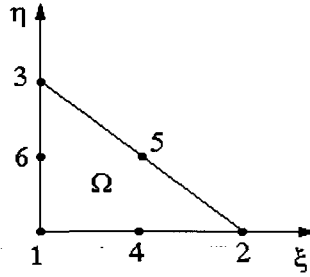


Figura 3.2 – Elemento mestre para elementos triangulares quadráticos.

Cada elemento no domínio real, apresentado na figura 3.1, está relacionado ao elemento mestre por meio de transformações dadas pelas próprias funções de interpolação, também chamadas de funções de forma.

3.3.1 Formulação variacional do problema

A partir da equação de Reynolds, equação (2.15), define-se a função resíduo $r(\theta, y^*)$ que deverá ser minimizada sobre o domínio elementar,

$$r(\theta, y^*) = -\frac{\partial}{\partial \theta} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) - \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial y} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \Lambda \frac{\partial}{\partial y} (H \sqrt{P}) - \frac{\dot{m}_{furo}}{A_{furo}} \frac{RL}{m_{ref}} + \sqrt{P} \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right) \quad (3.1)$$

Multiplicando a função resíduo por uma função teste $v(\theta, y^*)$ adequada, integrando sobre cada elemento do domínio, e fazendo a média ponderada resultante igual a zero, tem-se

$$\int_{\Omega_e} \left[-\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\alpha_\theta \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha_y \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \Lambda \frac{\partial}{\partial y} (H \sqrt{P}) + \sqrt{P} \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right) - S \right] v(\theta, y^*) d\theta dy = 0 \quad (3.2)$$

onde Ω_e identifica o elemento triangular quadrático onde está sendo executada a integração e ainda,

$$\alpha_\theta = H^3 \quad (3.3)$$

$$\alpha_y = \left(\frac{R}{L}\right)^2 H^3 \quad (3.4)$$

$$S = \frac{\dot{m}_{furo}}{A_{furo}} \frac{RL}{\dot{m}_{ref}} \quad (3.5)$$

sabendo que,

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\alpha_\theta \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) v = \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\alpha_\theta \frac{\partial P}{\partial \theta} v \right) - \frac{\partial v}{\partial \theta} \left(\alpha_\theta \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial y^*} \left(\alpha_y \frac{\partial P}{\partial y^*} \right) v = \frac{\partial}{\partial y^*} \left(\alpha_y \frac{\partial P}{\partial y^*} v \right) - \frac{\partial v}{\partial y^*} \left(\alpha_y \frac{\partial P}{\partial y^*} \right) \quad (3.7)$$

chega-se a:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} \left[\left(\alpha_\theta \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \frac{\partial v}{\partial \theta} + \left(\alpha_y \frac{\partial P}{\partial y^*} \right) \frac{\partial v}{\partial y^*} + \Lambda \frac{\partial}{\partial y^*} (H \sqrt{P}) v - S v + \sqrt{P} \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right) v \right] d\theta dy^* - \\ \int_{\Omega_e} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\alpha_\theta \frac{\partial P}{\partial \theta} v \right) + \frac{\partial}{\partial y^*} \left(\alpha_y \frac{\partial P}{\partial y^*} v \right) \right] d\theta dy^* = 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

A segunda integral da expressão (3.8) pode ser transformada em uma integral sobre o contorno do elemento fazendo-se uso do teorema da divergência, onde:

$$\int_{\Omega_e} \vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} d\theta dy^* = \oint_{s\Omega_e} \vec{\sigma} \cdot \hat{n} ds \quad (3.9)$$

o qual permite escrever:

$$\int_{\Omega_e} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\alpha_\theta \frac{\partial P}{\partial \theta} v \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha_y \frac{\partial P}{\partial y} v \right) \right] d\theta dy = \oint_{S\Omega_e} \left[\left(\alpha_\theta \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) v \hat{n}_\theta + \left(\alpha_y \frac{\partial P}{\partial y} \right) v \hat{n}_y \right] ds \quad (3.10)$$

onde $S\Omega_e$ identifica o contorno do elemento triangular quadrático da integração de linha. Definindo,

$$\Gamma_\theta = -\alpha_\theta \frac{\partial P}{\partial \theta} \quad (3.11)$$

e

$$\Gamma_y = -\alpha_y \frac{\partial P}{\partial y} \quad (3.12)$$

e, ainda,

$$\vec{\Gamma}_n = \Gamma_\theta \hat{n}_\theta + \Gamma_y \hat{n}_y \quad (3.13)$$

a integral sobre o contorno se reduz a:

$$\oint_{S\Omega_e} \left[\left(\alpha_\theta \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) v \hat{n}_\theta + \left(\alpha_y \frac{\partial P}{\partial y} \right) v \hat{n}_y \right] ds = \oint_{S\Omega_e} \vec{\Gamma}_n v ds \quad (3.14)$$

resultando na seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} \left[\left(\alpha_\theta \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \frac{\partial v}{\partial \theta} + \left(\alpha_y \frac{\partial P}{\partial y} \right) \frac{\partial v}{\partial y} \right] d\theta dy = \\ - \int_{\Omega_e} \left[\Lambda \frac{\partial}{\partial y} (H \sqrt{P}) v \right] d\theta dy - \int_{\Omega_e} \left[\sqrt{P} \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right) \right] v d\theta dy + \int_{\Omega_e} S v d\theta dy - \oint_{\Omega_e} \vec{\Gamma}_n v ds \end{aligned} \quad (3.15)$$

onde os termos da equação são dados por:

(i) Termo relativo ao deslocamento longitudinal do pistão (efeito cunha):

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(H \sqrt{P} \right) = \frac{H}{2} \frac{1}{\sqrt{P}} \frac{\partial P}{\partial y} + \sqrt{P} \frac{\partial H}{\partial y} \quad (3.16)$$

no qual;

$$\frac{\partial H}{\partial y} = \left(\varepsilon_{xo} - \frac{\varepsilon_{x1}}{1 - y_{pst}} \right) \cos \theta + \left(\varepsilon_{zo} - \frac{\varepsilon_{z1}}{1 - y_{pst}} \right) \sin \theta \quad (3.17)$$

(ii) Termo relativo ao insuflamento de massa nos elementos coincidentes com os orifícios de alimentação:

$$\int_{\Omega_e} S v d\theta d y = S_k \int_{\Omega_e} v d\theta d y \quad (3.18)$$

(iii) Termo relativo ao efeito de filme espremido:

$$\int_{\Omega_e} \left[\sqrt{P} \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right) \right] v d\theta d y \quad (3.19)$$

no qual;

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial t} = & -(\varepsilon_{xo} \cos \theta + \varepsilon_{zo} \sin \theta) + V_{pst}^* \frac{\partial H}{\partial y} - \\ & \left(y_{pst}^* - y^* \right) \left\{ \left[\varepsilon_{xo}^o - \frac{\varepsilon_{x1}^o}{1 - y_{pst}^*} - \frac{\varepsilon_{x1} V_{pst}^*}{\left(1 - y_{pst}^* \right)^2} \right] \cos \theta + \left[\varepsilon_{zo}^o - \frac{\varepsilon_{z1}^o}{1 - y_{pst}^*} - \frac{\varepsilon_{z1} V_{pst}^*}{\left(1 - y_{pst}^* \right)^2} \right] \sin \theta \right\} \end{aligned} \quad (3.20)$$

- (iv) Especificamente neste problema, todas as condições de contorno são de Dirichlet, de modo que, para todos os elementos:

$$\oint_{\partial\Omega_e} \vec{n} \cdot \vec{v} ds = 0 \quad (3.21)$$

3.3.2 Aproximação por Elementos Finitos

Pode-se expandir as funções tentativa (P_h^e) e teste (v_h^e) com base em funções de interpolação adequadas $\Psi(\theta, y^*)$, sobre cada elemento triangular mostrado na figura 3.1. No caso de elementos triangulares quadráticos apresentado na figura 3.2, tem-se de acordo com Becker et al. (1981):

$$P_h^e(\theta, y^*) = \sum_{j=1}^6 P_j^e \Psi_j^e(\theta, y^*) \quad (3.22)$$

$$v_h^e(\theta, y^*) = \sum_{j=1}^6 v_j^e \Psi_j^e(\theta, y^*) \quad (3.23)$$

Substituindo estas expressões na expressão (3.15) obtém-se o seguinte sistema elementar de equações algébricas:

$$\sum_{j=1}^6 K_{ij}^e P_j^e = F_i^e \quad (3.24)$$

onde:

$$K_{ij}^e = \int_{\Omega_e} \left(\alpha_\theta \frac{\partial \Psi_i}{\partial \theta} \frac{\partial \Psi_j}{\partial \theta} + \alpha_y \frac{\partial \Psi_i}{\partial y^*} \frac{\partial \Psi_j}{\partial y^*} \right) d\theta dy^* \quad (3.25)$$

$$F_i^e = -\Lambda \int_{\Omega_e} \frac{\partial}{\partial y^*} (H \sqrt{P}) \Psi_i d\theta dy^* + S_k \int_{\Omega_e} \Psi_i d\theta dy^* - \int_{\Omega_e} \sqrt{P} \frac{\partial H}{\partial y^*} \Psi_i d\theta dy^* \quad (3.26)$$

As equações algébricas são resolvidas sobre um elemento mestre, representativo de todos os que aparecem na malha apresentada na figura 3.1. Cada elemento no domínio real está relacionado ao elemento mestre por meio de transformações dadas pelas próprias funções de forma.

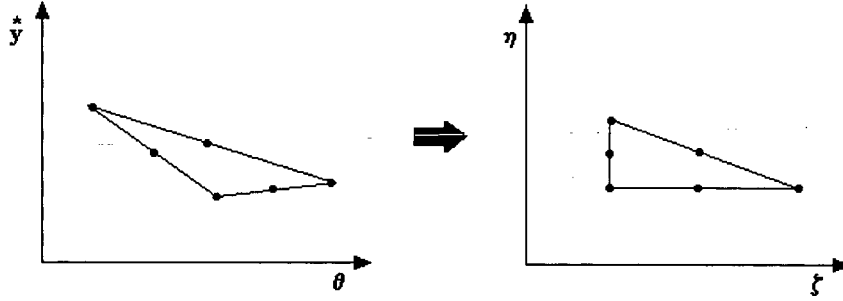


Figura 3.3 – Transformação das coordenadas.

Assim, as coordenadas são transformadas por:

$$\theta = \theta(\xi, \eta) = \sum_{j=1}^6 \theta_j \hat{\Psi}_j(\xi, \eta) \quad (3.27)$$

$$y^* = y^*(\xi, \eta) = \sum_{j=1}^6 y_j^* \hat{\Psi}_j(\xi, \eta) \quad (3.28)$$

As derivadas que aparecem na expressão (3.25) são dadas por:

$$\frac{\partial \Psi_j^e}{\partial \theta} = \frac{1}{|J(\xi, \eta)|} \left\{ \frac{\partial \hat{\Psi}_j}{\partial \xi} \sum_{k=1}^6 y_k^* \frac{\partial \hat{\Psi}_j}{\partial \eta} - \frac{\partial \hat{\Psi}_j}{\partial \eta} \sum_{k=1}^6 y_k^* \frac{\partial \hat{\Psi}_j}{\partial \xi} \right\} \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial \Psi_j^e}{\partial y^*} = \frac{1}{|J(\xi, \eta)|} \left\{ \frac{\partial \hat{\Psi}_j}{\partial \xi} \sum_{k=1}^6 \theta_k^* \frac{\partial \hat{\Psi}_j}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{\Psi}_j}{\partial \eta} \sum_{k=1}^6 \theta_k^* \frac{\partial \hat{\Psi}_j}{\partial \xi} \right\} \quad (3.30)$$

onde $|J(\xi, \eta)|$ é o determinante da matriz jacobiana da transformação, dado por:

$$|J(\xi, \eta)| = \det(J) = \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \frac{\partial y^*}{\partial \eta} - \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\partial y^*}{\partial \xi} \quad (3.31)$$

Todos os cálculos anteriores dependem das funções de forma $\hat{\Psi}(\xi, \eta)$ que são superfícies polinomiais definidas em cada elemento triangular do domínio. No caso de elementos triangulares quadráticos, estas funções são dadas por Becker (1981):

$$\hat{\Psi}_1(\xi, \eta) = (1 - \xi - \eta)[1 - 2(\xi + \eta)] \quad (3.32)$$

$$\hat{\Psi}_2(\xi, \eta) = \xi(2\xi - 1) \quad (3.33)$$

$$\hat{\Psi}_3(\xi, \eta) = \eta(2\eta - 1) \quad (3.34)$$

$$\hat{\Psi}_4(\xi, \eta) = 4\xi(1 - \xi - \eta) \quad (3.35)$$

$$\hat{\Psi}_5(\xi, \eta) = 4\xi\eta \quad (3.36)$$

$$\hat{\Psi}_6(\xi, \eta) = 4\eta(1 - \xi - \eta) \quad (3.37)$$

3.4 Solução do Sistema Linear

Uma vez montados os sistemas elementares dados pela equação (3.24) para cada elemento triangular do domínio, um sistema global é obtido com base na correspondência entre os pontos nodais do elemento mestre e uma numeração global dos pontos nodais do domínio. Este sistema deverá ser resolvido para a determinação dos valores da pressão em cada ponto nodal da malha.

Neste trabalho optou-se por resolver o sistema linear global utilizando-se a decomposição LU da matriz dos coeficientes. Sendo assim, o sistema $[k][P]=[f]$ é decomposto em $[L][y]=[f]$ e $[U][P]=[y]$, o sistema $[L][y]=[f]$ é resolvido aplicando-se as mesmas condições de permutação aplicadas a fatorização da matriz $[k]$, e por fim resolve-se o sistema $[U][P]=[y]$ determinando o vetor $[P]$.

Maiores informações sobre a solução de sistemas lineares utilizando-se decomposição LU são apresentadas nos trabalhos de Dongarra et al. (1979) e Cline et al. (1979).

Deve-se ressaltar, que para elementos triangulares quadráticos, as matrizes dos coeficientes dos sistemas elementares, $[k_e]$, são matrizes quadradas de ordem (6×6) . Já a matriz do sistema global, $[K]$, é da ordem de $(N_{nos} \times N_{nos})$, sendo N_{nos} o número de pontos nodais. Um exemplo prático de aplicação do método de Elementos Finitos incluindo a geração das matrizes elementares e da matriz global é apresentado no apêndice E.

Capítulo 4

RESULTADOS E DISCUSSÕES

A partir da metodologia apresentada no capítulo 3, foi elaborado um programa computacional em linguagem FORTRAN 90, visando a simulação do pistão pneumático.

O fenômeno físico em questão engloba efeitos de lubrificação aerostática por meio do insuflamento de lubrificante a alta pressão nos orifícios de alimentação, e efeitos de lubrificação aerodinâmica associados aos efeitos cunha e de filme espremido oriundos do movimento relativo entre as superfícies.

O modelo numérico desenvolvido, permite avaliar o comportamento do pistão operando em regime laminar ou turbulento e submetido a carregamentos dinâmicos. Entretanto, algumas abordagens mais simplificadas serão realizadas e testadas para determinar a confiabilidade do código computacional.

Neste Capítulo serão analisados diversos casos onde os efeitos descritos anteriormente estarão presentes. Também será testada a metodologia apresentada de forma a estabelecer um procedimento confiável para a simulação do pistão pneumático em diversas condições de operação.

4.1 Pistão Pneumático Padrão

Neste trabalho serão avaliados diversos parâmetros geométricos e de operação do pistão pneumático, e para tanto faz-se necessário fixar um padrão para que as comparações possam ser realizadas. O padrão adotado neste texto foi gentilmente cedido pela Empresa Brasileira de Compressores S.A.- EMBRACO e compreende as

características geométricas e operacionais apresentadas na tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Características geométricas e operacionais do pistão pneumático utilizado como padrão.

Comprimento do cilindro/ Diâmetro do cilindro	2,44
Número de orifícios de alimentação	8
Diâmetro dos orifícios de alimentação / Diâmetro do cilindro	0,235
Número de linhas de alimentação	2
Número de colunas de alimentação	4
Posição da primeira linha de alimentação / Diâmetro do cilindro *	0,963
Posição da segunda linha de alimentação / Diâmetro do cilindro *	2,09
Folga radial / Largura dos capilares	0,04
Ângulo de atuação do carregamento [°]**	10,0
Posição de aplicação do carregamento / Diâmetro do cilindro *	0,721
Profundidade dos capilares / Largura dos capilares	0,064
Pressão de condensação [kPa]	761,3
Pressão de evaporação [kPa]	62,43
Temperatura de condensação [°C]	54,4
Temperatura de evaporação [°C]	-23,3
Temperatura de descarga [°C]	102,25
Fluido refrigerante	R600a
Capacidade de refrigeração [Btu/h]	500,0
Fluxo mássico bombeado [kg/h]	1,57

(*) referente ao topo do cilindro, (**) a partir a bisetritz entre duas colunas de alimentação.

Obs: Alguns parâmetros foram adimensionalizados devido ao segredo industrial.

O carregamento externo aplicado ao pistão pneumático foi apresentado na figura 2.8, e será mantido em todas as avaliações que serão apresentadas. Na figura 4.1 é apresentado o diagrama (PxV) para o pistão pneumático na condição padrão de operação.

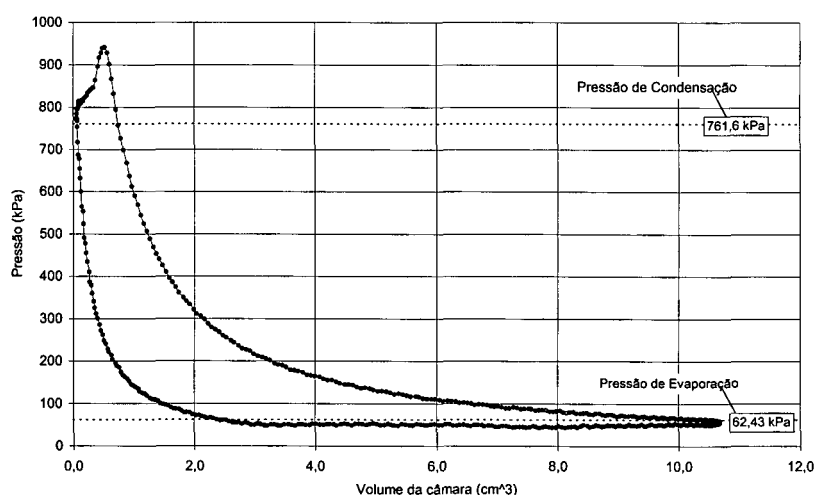


Figura 4.1 – Diagrama PxV padrão para o pistão pneumático na condição padrão de operação.

O diagrama apresentado na figura 4.1 representa a evolução da pressão na câmara de compressão para um compressor de 500 Btu/h operando com R600a na condição de check-point (54,4°C/-23,3°C), ou seja 761,6 kPa e 62,43 kPa de pressão de condensação e evaporação respectivamente.

As características apresentadas na tabela 4.1 e nas figuras 2.8 e 4.1 serão mantidas em todas as avaliações, exceto o parâmetro que estiver sendo avaliado.

4.2 Avaliação da Malha Computacional

A utilização de metodologias numéricas para simulação de fenômenos físicos requer a discretização do domínio de solução. A obtenção de resultados confiáveis com tempos computacionais aceitáveis está diretamente relacionada à escolha de malhas computacionais adequadas. É desejável que os elementos que discretizam o domínio de solução possuam a melhor distribuição possível, de modo a atingir critérios aceitáveis de precisão e tempo computacional.

A figura 3.1 apresenta uma malha computacional típica utilizada para a discretização do domínio com oito orifícios de alimentação. Pode-se notar que são considerados dois tipos de elementos distintos: aqueles que discretizam os orifícios de alimentação e aqueles que discretizam as demais regiões. Os elementos posicionados sobre os orifícios de alimentação devem ser adequadamente escolhidos de modo que a geometria dos orifícios possa ser caracterizada; neste trabalho foi avaliada a discretização dos orifícios com 6, 8 e 12 elementos. Em todas as configurações o desvio na órbita e nos padrões de insuflamento dos orifícios foram menores que 2,5 %. Tal fato é previsível uma vez que as aproximações adotadas em cada elemento são quadráticas e a folga radial sobre tais elementos é muito maior do que a folga nas demais posições, sendo assim o campo de pressão torna-se praticamente independente do número de elementos que discretizam os orifícios de alimentação.

Optou-se então em discretizar os orifícios através da utilização de oito elementos por caracterizarem bem a geometria circunferencial dos mesmos. A escolha da malha e da distribuição dos elementos para as demais regiões do domínio foi estabelecida a partir do número de orifícios de alimentação e da necessidade de se refinar a região do domínio compreendida pelo curso do pistão.

Uma vez que o pistão se desloca axialmente sobre o domínio computacional, pode haver uma região do domínio que esteja descoberta pelo pistão e desta forma o filme fluido não é estabelecido. Sobre toda esta região descoberta a pressão é uniforme e igual à pressão na câmara de compressão. Para que a condição de contorno em $y^*=0$ seja propagada sobre toda esta região descoberta, faz-se a espessura do filme fluido infinita sobre esta porção do domínio de modo que o campo de pressão não seja alterado.

O problema do ajuste da condição de contorno no topo do pistão poderia ser eliminado se a malha acompanhasse o deslocamento do pistão de modo a se ter elementos com dimensões variáveis sobre a região do curso. Entretanto, esta abordagem inviabiliza a solução por elementos finitos pois a cada instante de tempo seria necessária a correção das coordenadas dos pontos nodais e a triangulação dos novos elementos. Optou-se usar o refinamento da malha nesta porção do domínio para se capturar com precisão a região descoberta pelo pistão. Tal configuração pode ser observada na figura 4.2 que segue.

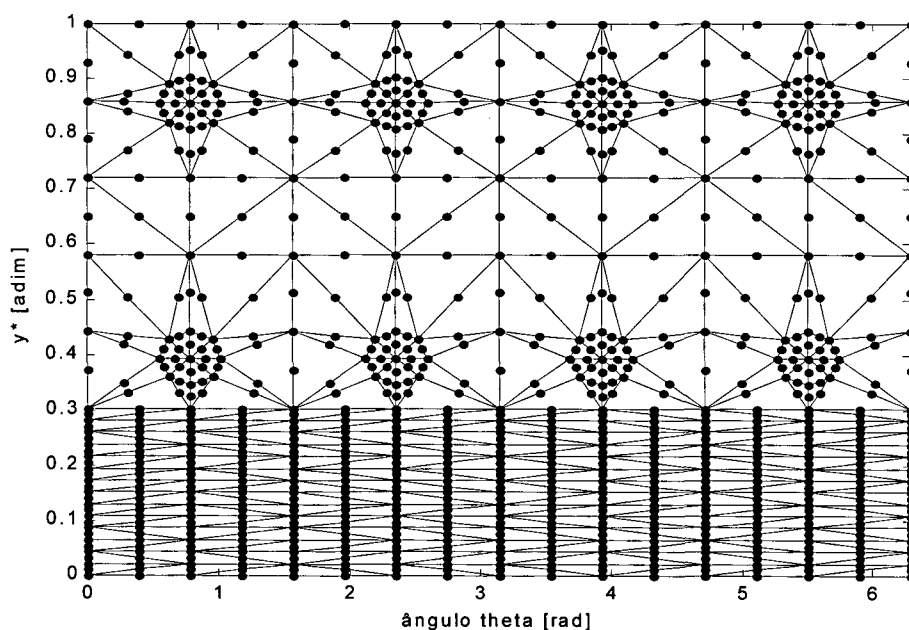


Figura 4.2 – Malha computacional com refino local.

Deve ser ressaltado que a discretização do domínio computacional na direção circunferencial deve ser escolhida de forma a garantir a simetria geométrica na distribuição dos elementos. Para um domínio com oito orifícios de alimentação, deve-se utilizar 4, 8 ou 16 elementos. Na direção axial deve-se buscar a melhor combinação de elementos de modo a caracterizar a região do curso do pistão. Fixando-se o número de elementos axiais e variando-se o número de elementos circunferenciais obteve-se resultados com 8 e 16

elementos que foram bastante próximos, desvios da ordem de 2,0 %. Entretanto, o custo computacional associado à malha com 16 elementos é significativamente mais elevado.

Optou-se então por utilizar oito elementos circunferenciais na discretização do domínio de solução. Tendo determinado tanto o número de elementos circunferenciais como o número de elementos sobre os orifícios de alimentação a serem empregados na simulação, foi realizada uma investigação quanto à sensibilidade dos resultados ao número de elementos axiais. Resultados que indicam a influência do número de elementos axiais são apresentados na figura 4.3.

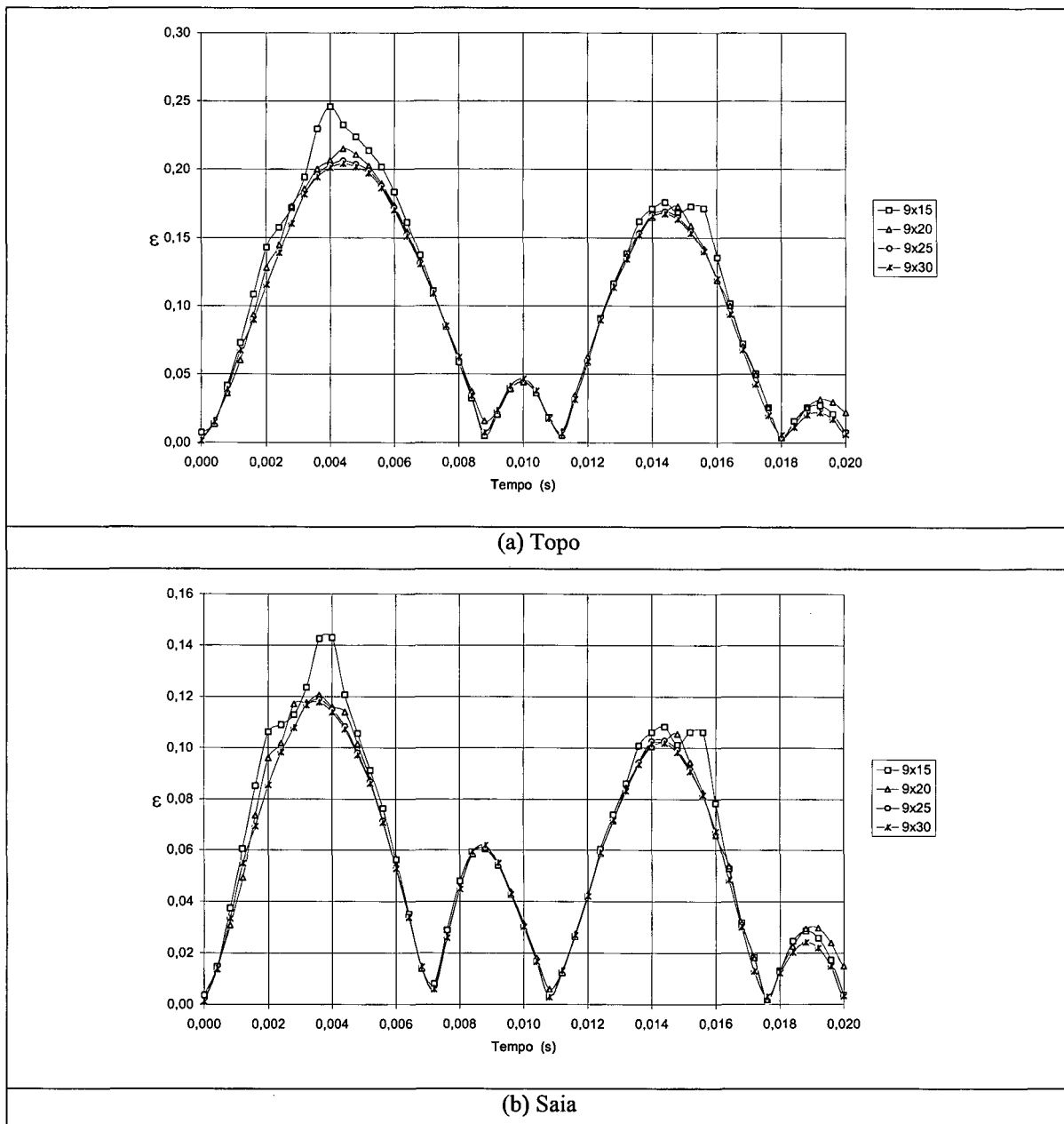


Figura 4.3 – Influência do refino de malha nas relações de excentricidade do topo e saia do pistão.

Como pode ser observado na figura 4.3, as malhas computacionais com 25 e 30 elementos axiais apresentam resultados bem próximos. Entretanto, a malha com 30 elementos axiais requer um tempo computacional mais elevado o que determinou a seleção da malha com 25 elementos axiais. Sendo assim, para todos os demais resultados, foi utilizada uma malha com 8x25 elementos na discretização do domínio de solução.

4.3 Avaliação do Intervalo de Tempo

Conforme explorado na seção anterior, os resultados numéricos são significativamente influenciados pela escolha da malha computacional empregada. Entretanto, existem outros parâmetros que devem ser considerados para que soluções adequadas possam ser obtidas. Um parâmetro importante é o intervalo de tempo utilizado; este intervalo deverá ser máximo e não deverá influenciar o comportamento da solução, sendo assim, intervalos menores apenas acarretarão em custos computacionais mais elevados.

Dois aspectos são importantes na estimativa do intervalo de tempo, um deles é o carregamento externo e outro os valores da pressão na câmara de compressão. Como pode ser observado na figura 2.8, as funções que representam o carregamento externo são funções contínuas, e desta maneira pode-se avaliar os carregamentos em qualquer instante de tempo.

As pressão na câmara de compressão, figura 4.1, são dados discretos em um total de 500 pontos de aquisição igualmente espaçados ao longo de um período de solução, 0,02 s. Torna-se assim necessário interpolar os valores a fim de se determinar o valor instantâneo da pressão na câmara de compressão para um determinado instante de tempo.

De forma a testar diferentes intervalos de tempo, realizou-se a simulação do pistão pneumático padrão indicado na tabela 4.1, na condição de operação para acréscimos de tempo de 50 μ s. Os resultados são apresentados na figura 4.4.

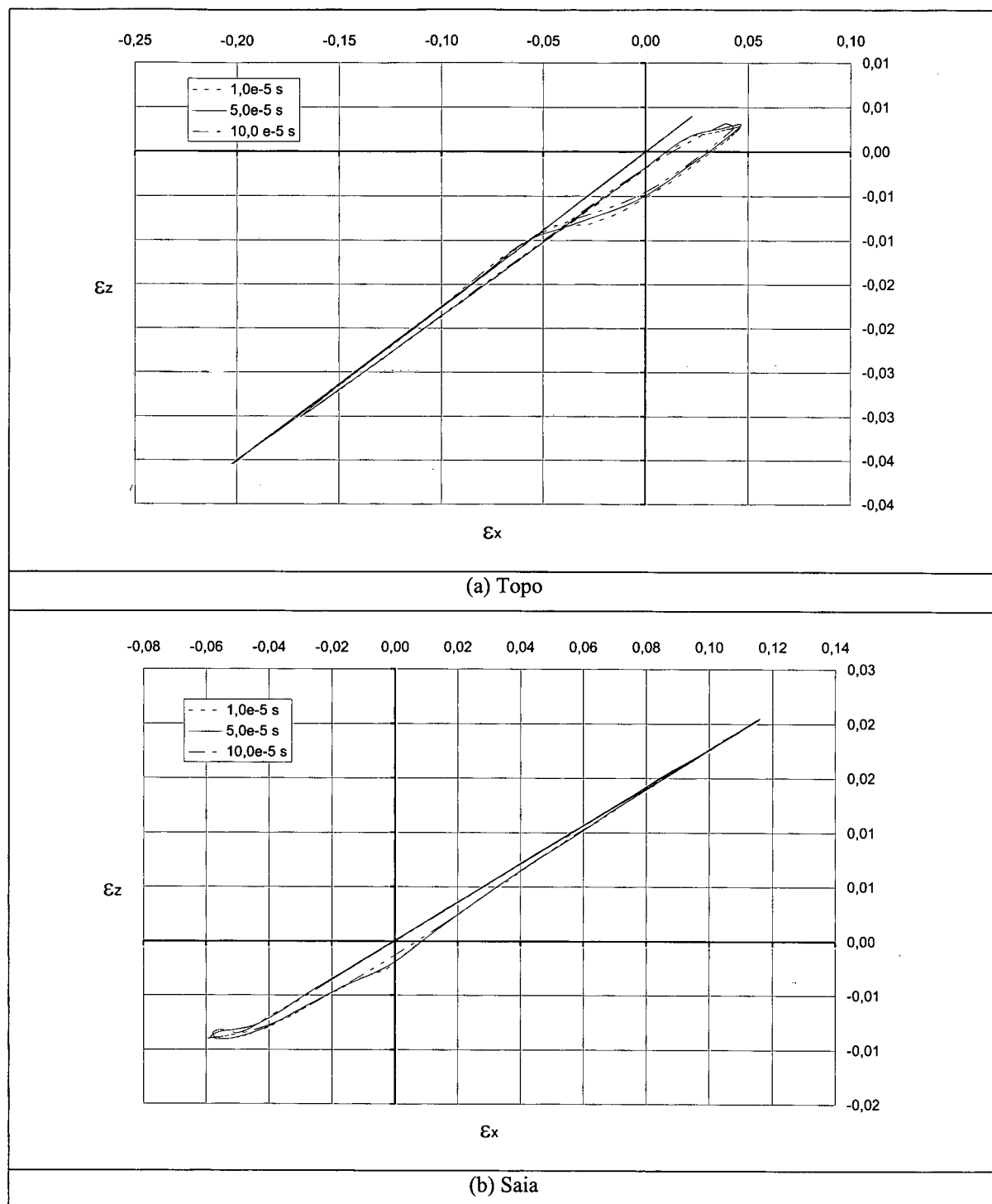


Figura 4.4 – Órbita do topo e saia do pistão pneumático para diferentes intervalos de tempo.

Como pode ser observado na figura 4.4, os resultados obtidos com a utilização de $10\mu\text{s}$ e $50\mu\text{s}$ são praticamente equivalentes. Optou-se pela utilização de $50\mu\text{s}$ como intervalo de tempo padrão na obtenção dos demais resultados.

4.4 Avaliação da Consistência dos Resultados

Como foi apresentado ao longo do Capítulo 2, o problema físico abordado neste texto apresenta características de lubrificação aerostática associadas a efeitos de lubrificação aerodinâmica na lubrificação de pistões de compressores de refrigeração doméstica. Por tratar-se de uma nova concepção, não foram encontrados trabalhos similares na literatura. Assim sendo, uma comparação dos resultados obtidos com resultados de outros trabalhos não pode ser estabelecido. Por outro lado, poderia-se tentar simplificar o problema para que soluções analíticas pudessem ser obtidas e assim a validação poderia ser estabelecida. Porém, o fenômeno físico em questão é intrinsecamente bidimensional, os deslocamentos são axiais e não rotativos como na maioria dos problemas encontrados na literatura da área. Optou-se então por manter as características do problema em questão e induzir situações definidas que pudessem ser avaliadas qualitativamente.

4.4.1 Caso 1(força constante)

Neste caso, o pistão foi considerado estático e foi imposta simetria ao longo do cilindro, de forma a neutralizar efetivamente efeitos dos momentos gerados pelas forças hidrodinâmicas. A simetria foi obtida posicionando-se os orifícios de alimentação a 22 mm e a 44 mm do topo do cilindro e impondo condições de contorno iguais em $y^* = 0$ e $y^* = 1$. Assim:

$$P_{y=0} = P_{y=1} = \left(\frac{P_{suc}}{P_{comp}} \right)^2 \quad (4.1)$$

Anulou-se os momentos externos e aplicou-se uma força constante ao pistão a 33 mm do topo ao longo da direção x , descrita na figura 4.5. Os dados de entrada utilizados nesta simulação são apresentados na tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Características geométricas e operacionais (Caso 1).

Comprimento do cilindro / Diâmetro do cilindro	2,44
Número de orifícios de alimentação	8
Diâmetro dos orifícios de alimentação / Diâmetro do cilindro	0,235
Número de linhas de alimentação	2
Número de colunas de alimentação	4
Posição da primeira linha de alimentação / Diâmetro do cilindro *	0,815
Posição da Segunda linha de alimentação / Diâmetro do cilindro *	1,630
Folga radial / Largura dos capilares	0,04
Ângulo de atuação do carregamento [°]**	0,0
Posição de aplicação do carregamento / Diâmetro do cilindro *	1,22
Força eletromagnética [N]	50,0
Momento eletromagnético [Nm]	0,0
Profundidade dos capilares / Largura dos capilares	0,064
Pressão de condensação [kPa]	500,0
Pressão de evaporação [kPa]	100,0
Fluido refrigerante	R600a

(*) referente ao topo do cilindro, (**) a partir a bissetriz entre duas colunas de alimentação.

Obs: Alguns parâmetros foram adimensionalizados devido ao segredo industrial.

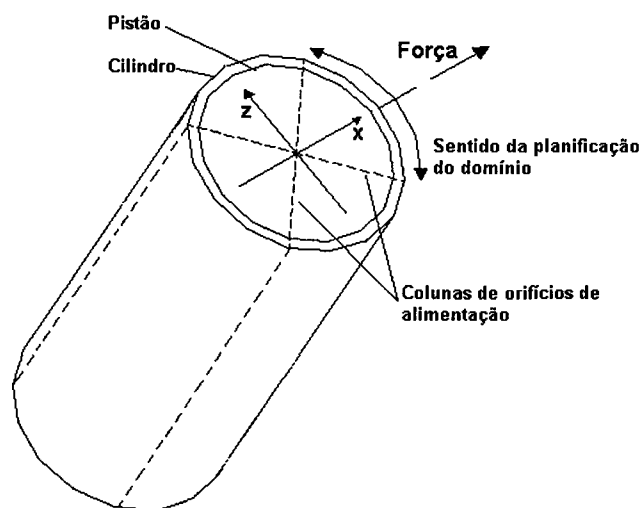


Figura 4.5 – Orientação do carregamento.

A carga constante é aplicada ao centro do pistão, conforme ilustra a figura 4.5, e após 0,01 s este carregamento é anulado. O comportamento do pistão é apresentado na figura 4.6 a seguir.

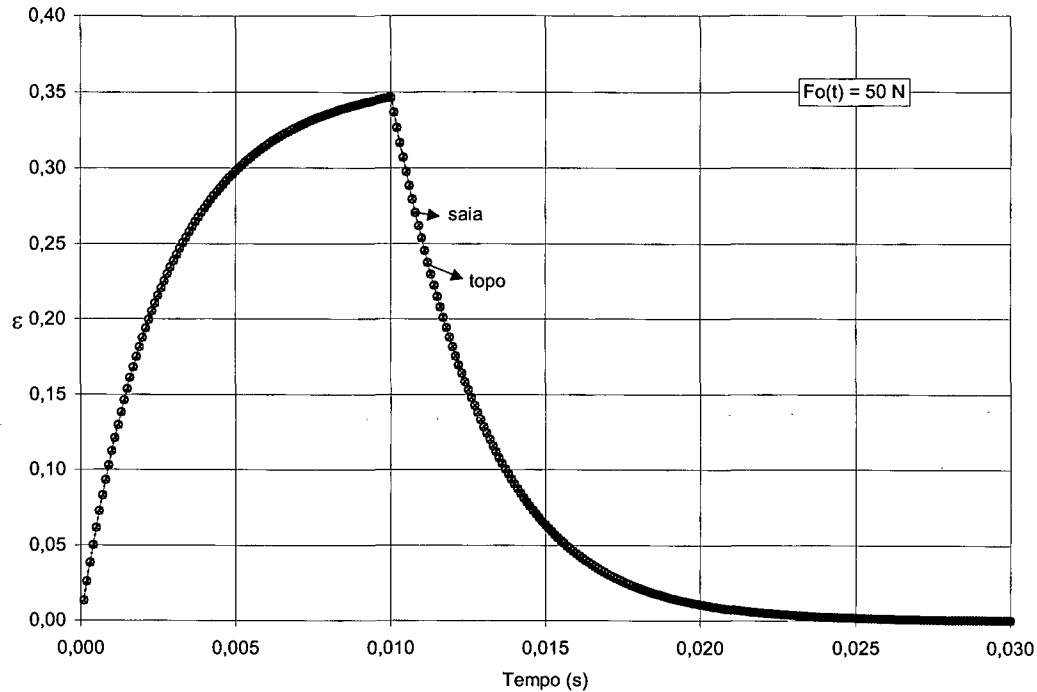
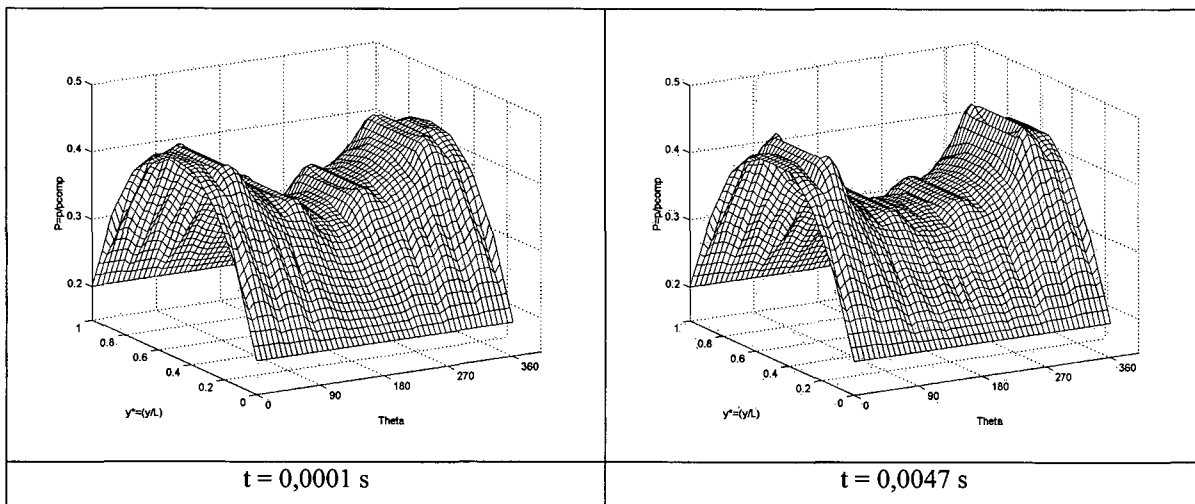


Figura 4.6 – Deslocamento radial do topo e saia do pistão pneumático submetido a uma força constante, anulada em $t=0,01$ s.

Como pode ser observado, tanto o topo como a saia do pistão se deslocam radialmente até que o carregamento seja anulado. A partir daí, ambos saia e topo voltam à posição central. Pode-se então dizer que o programa prevê adequadamente o retorno do pistão à posição neutra. A seguir é apresentada a evolução dos campos de pressão, caracterizada na figura 4.7.



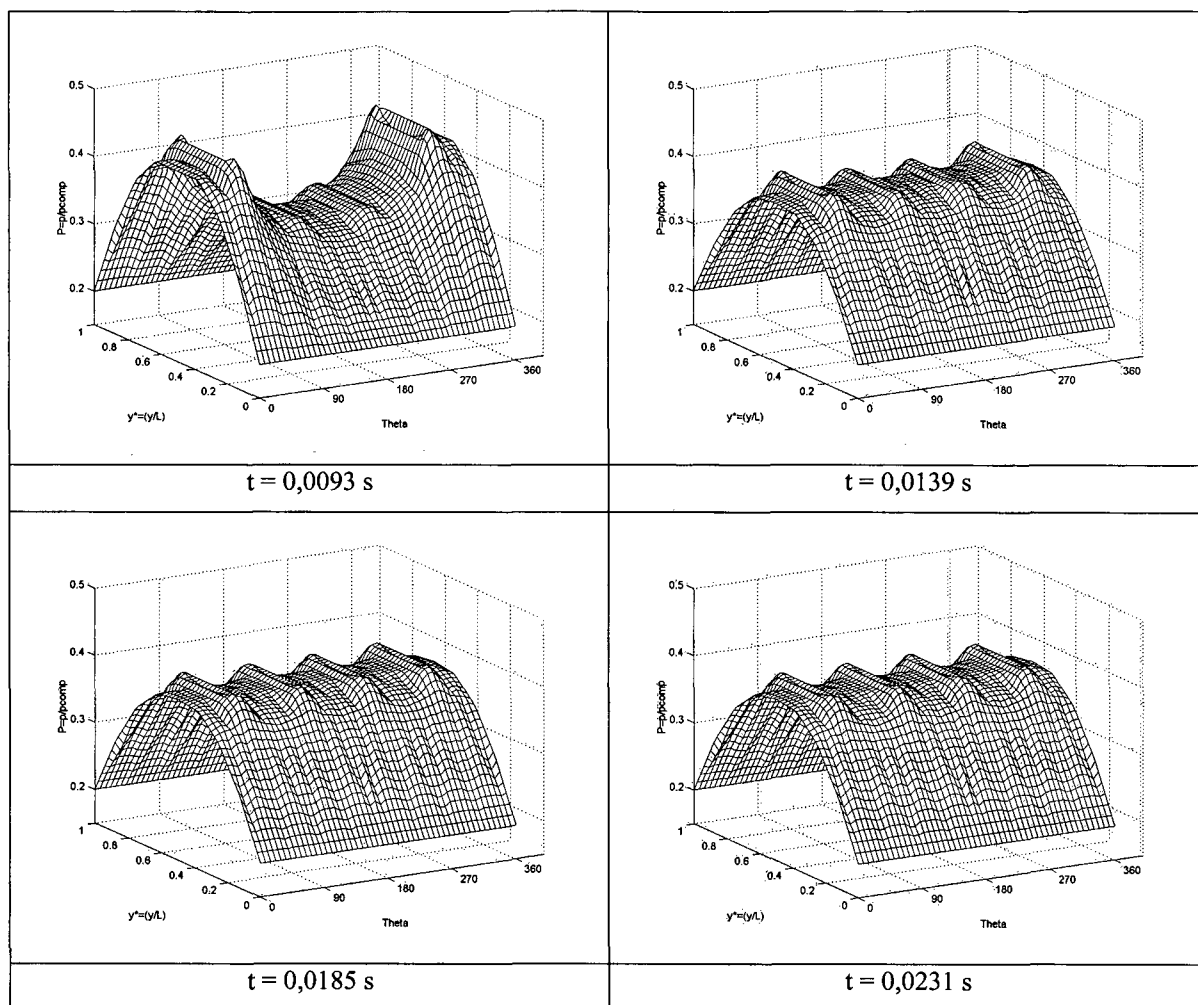


Figura 4.7 – Evolução temporal do campo de pressão para uma força constante.

Observando-se a figura 4.7, pode-se notar que os orifícios posicionados opostamente à direção de aplicação da força, ($\theta=135^\circ$ e $\theta=225^\circ$), apresentam uma redução dos níveis de pressão no filme lubrificante à medida que o pistão se afasta dos mesmos. Tal fato se justifica uma vez que a espessura do filme fluido nestes orifícios tende a aumentar, ocasionando uma redução na perda de carga associada ao escoamento de refrigerante pelos orifícios. À medida que o carregamento é anulado e o pistão retorna a posição central, os níveis de pressão se equilibram e os fluxos mássicos insuflados por todos os orifícios equalizam.

4.4.2 Caso 2 (momento constante)

Neste caso, mantém-se as mesmas condições apresentadas na secção anterior, porém faz-se agora a força nula e aplica-se um momento ao centro de gravidade do pistão.

O momento em um plano axial do pistão é aplicado, e após 0,01 s o carregamento é anulado. O comportamento do pistão é apresentado na figura 4.8.

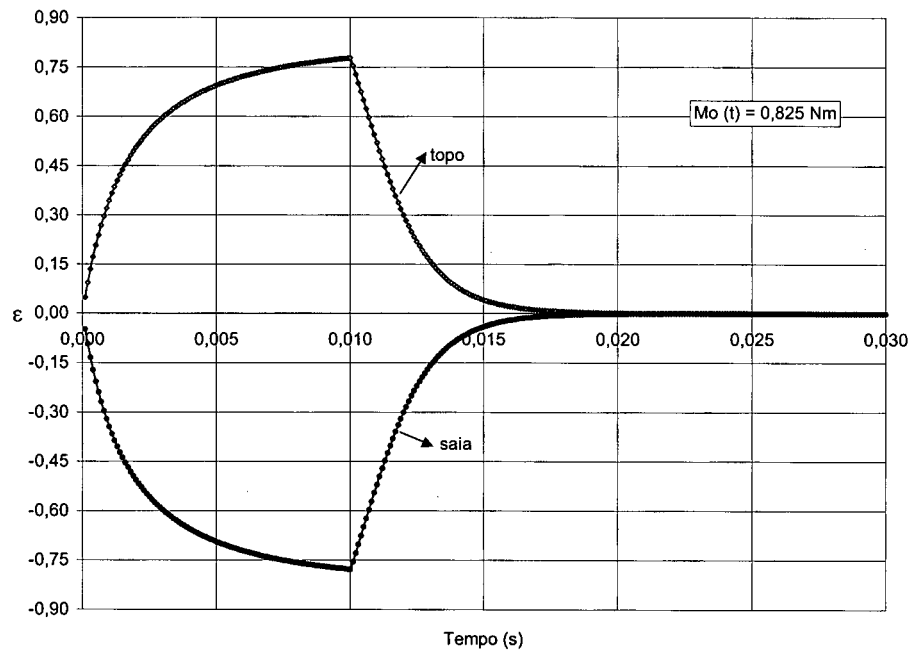
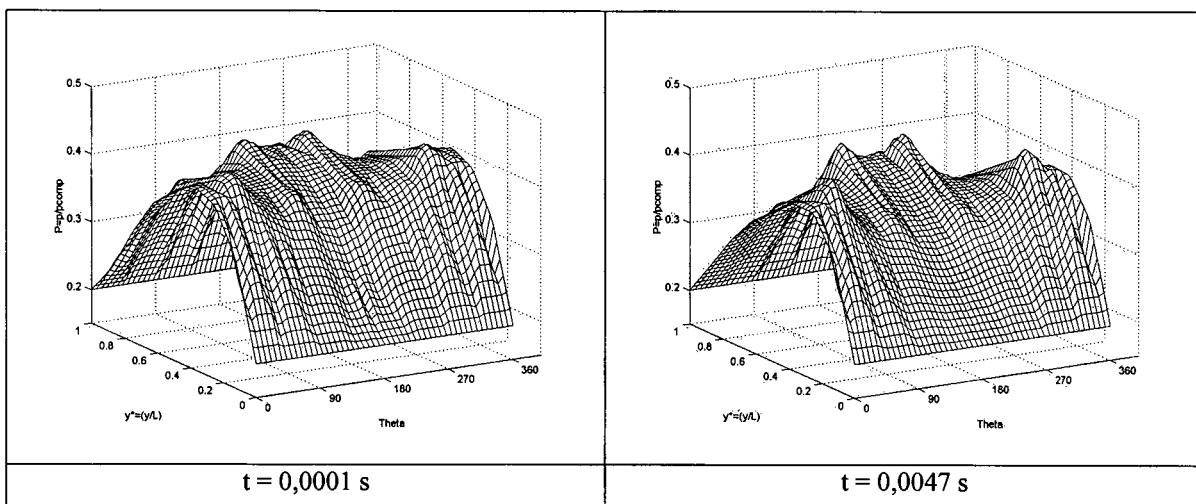


Figura 4.8 – Deslocamento radial do topo e saia do pistão pneumático submetido a um momento constante que é anulado em $t = 0,01$ s.

Novamente o topo e a saia do pistão se deslocam radialmente até que o carregamento seja anulado; observe-se que para esta situação, os deslocamentos da saia e do topo são opostos. É importante observar que após a anulação do carregamento, o pistão volta a sua posição central, original. A seguir é apresentada a evolução do campo de pressão para o caso 2.



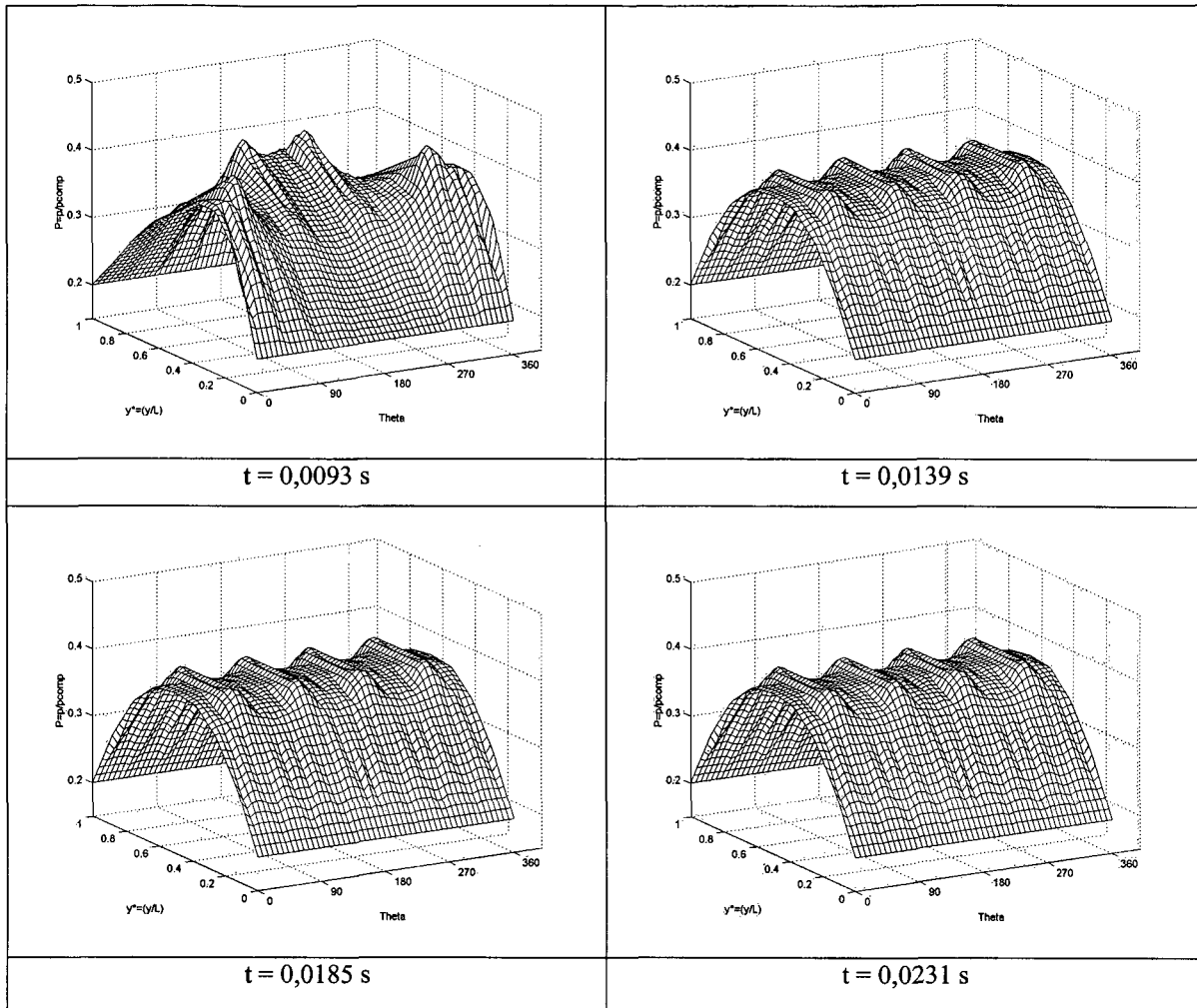


Figura 4.9 – Evolução temporal do campo de pressão para um momento constante.

Da figura 4.9 pode-se observar que os níveis de pressão variam circunferencialmente ao longo de uma mesma coluna de orifícios de alimentação (mesmo θ). A razão para este fato é que a espessura do filme fluido varia de um mínimo no topo do pistão a um máximo na saia para os orifícios localizados em $\theta=135^\circ$ e $\theta=225^\circ$; o inverso acontece nos orifícios localizados em $\theta=45^\circ$ e $\theta=315^\circ$. À medida em que o carregamento é anulado e o pistão retorna a posição central, tanto as pressão como os fluxos mássicos se equilibram.

4.4.3 Caso 3 (força variável)

Mantém-se as mesmas condições apresentadas no caso 1, porém faz-se agora a força variável em magnitude e direção de aplicação. O momento é anulado e o

carregamento é aplicado até que o pistão estabilize sua órbita. Vale ressaltar que o pistão não se desloca axialmente durante esta simulação.

Escolheu-se duas opções de carregamento, um senoidal e outro cossenoidal como indicado na figura 4.10.

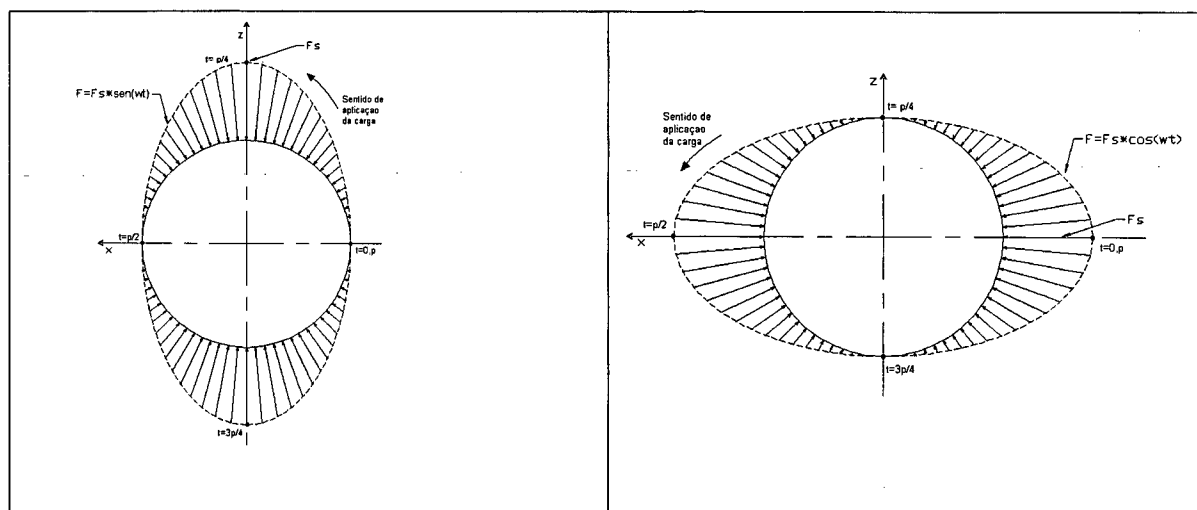


Figura 4.10 – Carregamento variável.

O comportamento do pistão é apresentado na figura 4.11 para o carregamento senoidal e na figura 4.12 para o carregamento cossenoidal.

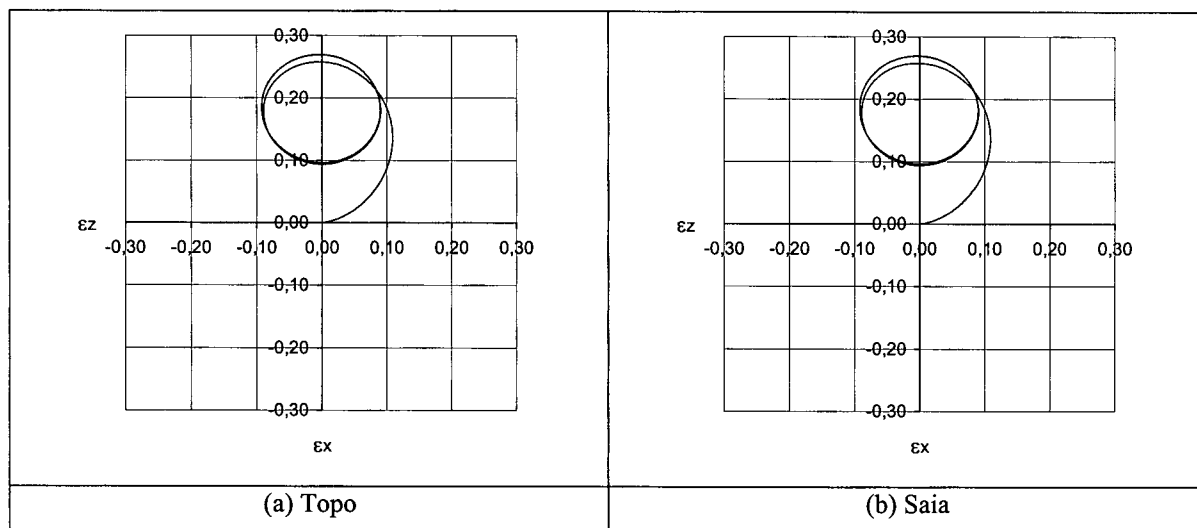


Figura 4.11 – Deslocamento lateral do topo e saia do pistão pneumático submetido a um carregamento senoidal.

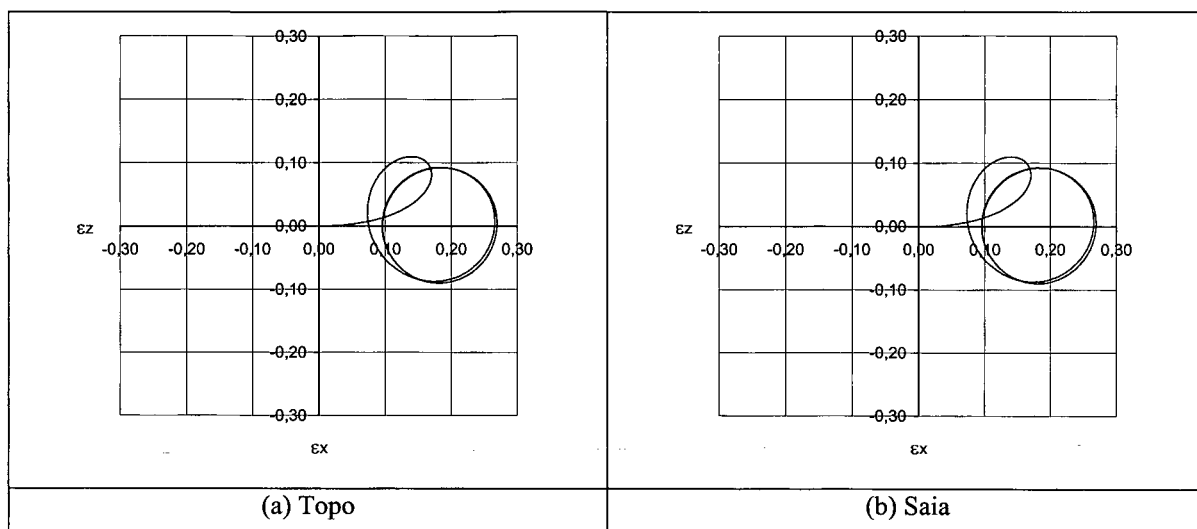


Figura 4.12 – Deslocamento lateral do topo e saia do pistão pneumático submetido a uma carregamento cossenoidal.

Como pode ser observado nas figuras 4.11 e 4.12, após o transiente inicial tanto o topo como a saia do pistão descrevem órbitas circulares em torno de uma posição de equilíbrio deslocada do centro do cilindro, em ambos os casos o carregamento é cíclico com período de 0,02 s aplicado a 33 mm do topo do pistão e a força máxima aplicada ao pistão tem magnitude de 50 N. Considerou-se que a órbita estava estabilizada quando as variações das posições instantâneas expressas em termos das relações de excentricidade fossem menores que 10^{-4} . A evolução dos campos de pressão não será apresentada por considerar que não há informação adicional associada a esses resultados.

4.5 Avaliação do Pistão Pneumático Padrão

Uma vez que o código computacional apresentou-se consistente durante as simulações apresentadas nos itens 4.4.1, 4.4.2 e 4.4.3, fez-se uma avaliação do comportamento do pistão pneumático caracterizado pelos dados da tabela 4.1. Nesta simulação foram utilizados os carregamentos apresentados na figura 2.8, o diagrama PxV da figura 4.1, a malha e o intervalo de tempo definidos nos itens 4.2 e 4.3, respectivamente.

4.5.1 Órbita do Pistão Pneumático

Neste problema, o carregamento dinâmico é aplicado integralmente. A posição do pistão varia ao longo do ciclo de compressão e a cada instante de tempo a condição de

contorno no topo do cilindro é modificada. O deslocamento radial do pistão é apresentado nas figuras 4.13 e 4.14 a seguir.

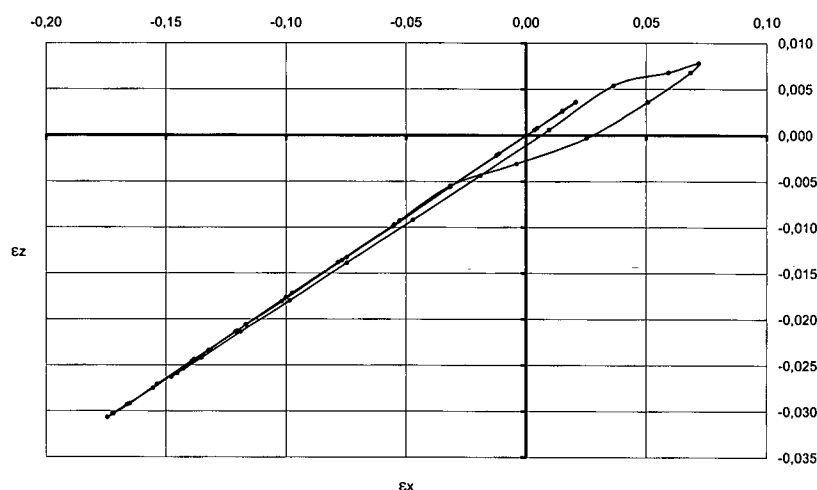


Figura 4.13 – Órbita do topo do pistão pneumático padrão.

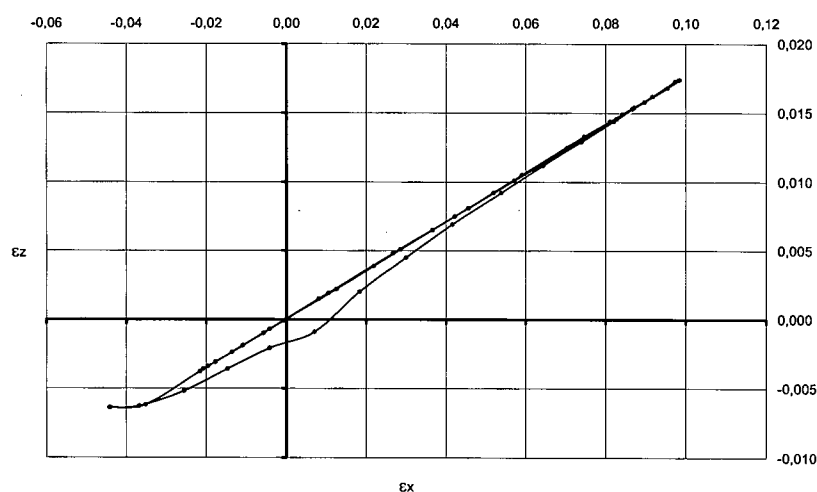


Figura 4.14 – Órbita da saia do pistão pneumático padrão.

Deve-se ressaltar que as órbitas apresentadas nas figuras 4.13 e 4.14, são as órbitas obtidas após a estabilização do pistão; o período de simulação é de 0,02 s e foram necessários três ciclos completos, 0,06 s, para que o resultado fosse obtido, o critério de convergência adotado foi o mesmo apresentado no item 4.4.3.

Pode-se observar que o pistão descreve um movimento quase linear ao longo da inclinação de 10°, direção de aplicação do carregamento. Os desvios da trajetória podem ser justificados pela assimetria do carregamento quanto às colunas de orifícios de

alimentação; assim que o carregamento tem sua magnitude alterada, o campo de pressão assimétrico induz um movimento circunferencial no pistão tirando-o momentaneamente da direção de aplicação do carregamento. A seguir é apresentada a evolução do campo de pressão.

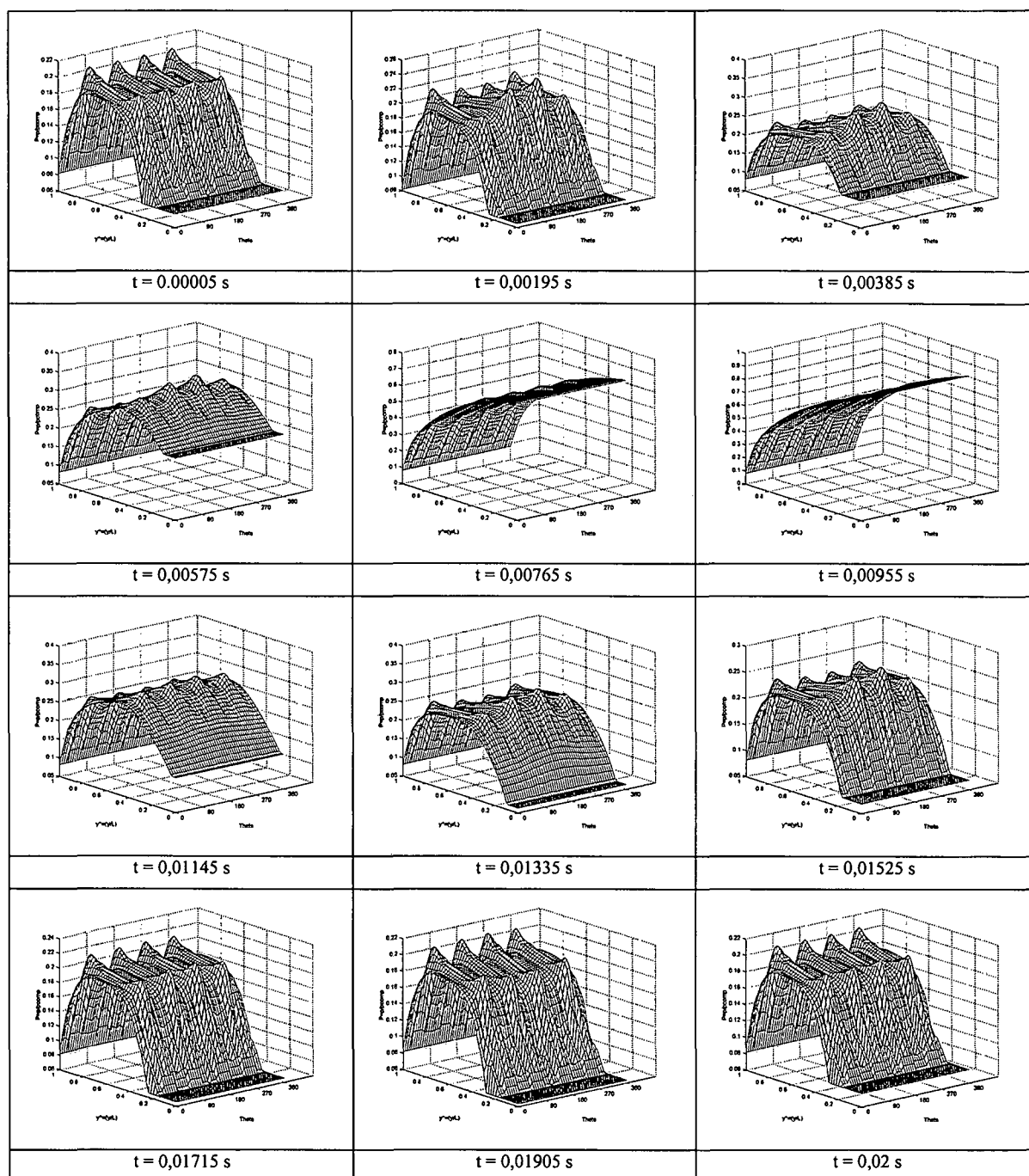


Figura 4.15 – Evolução temporal do campo de pressão do pistão pneumático padrão.

Na figura 4.15 são apresentados doze campos de pressão ao longo de 0,02 s de simulação. Como pode ser observado, a pressão no topo do pistão segue a distribuição

apresentada na figura 4.1. Pode-se observar ainda que a condição de contorno em $y = 0$ é corretamente propagada ao longo da região descoberta do cilindro, ou seja, a região definida pela posição instantânea do pistão. Nota-se ainda que os orifícios centrais de alimentação próximos ao topo do cilindro atingem níveis mais elevados de pressão, fruto dos maiores deslocamentos radiais ali experimentados pelo topo do pistão, conforme mostrado na figura 4.13.

Observa-se ainda, que os orifícios de alimentação superiores operam com níveis de pressão mais elevados. Isto é justificado pela assimetria imposta nas condições de contorno axiais e permite dizer que o fluxo mássico insuflado pelos orifícios inferiores supera o fluxo nos orifícios superiores quando a pressão na câmara de compressão se aproxima da pressão de condensação do sistema; esta afirmação será corroborada a seguir.

4.5.2 Fluxo Mássico Insuflado nos Orifícios de Alimentação

No Capítulo 2 foi apresentada a modelagem do sistema de distribuição de lubrificante. Capilares realizam a comunicação entre o filme fluido e a linha de condensação do sistema de refrigeração, propiciando que a folga radial entre as superfícies fique preenchida com fluido a uma pressão suficiente para evitar o contato entre as duas superfícies cilíndricas.

O fluxo insuflado é livre para se adaptar ao gradiente de pressão experimentado pelos capilares o que confere características dinâmicas ao insuflamento como pode ser observado na figura 4.16.

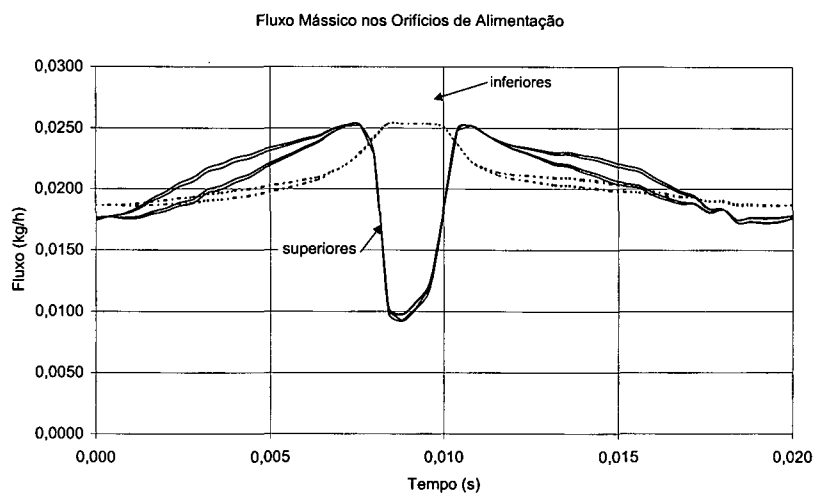


Figura 4.16 – Fluxo mássico insuflado nos orifícios de alimentação do pistão pneumático.

A simulação é iniciada com o pistão posicionado no ponto morto inferior, e a medida que o mesmo se aproxima do topo do cilindro, as pressão se elevam na câmara de compressão e o escoamento nos capilares superiores é dificultado. Observa-se que sobre uma linha de orifícios de alimentação (inferiores ou superiores) os fluxos insuflados apresentam desvios, estes podem ser justificados pela assimetria do campo de pressão originado pela aplicação do carregamento a 10° , e que gera o deslocamento radial do pistão.

4.5.3 Pressão nos Orifícios de Alimentação

Os fluxos mássicos insuflados pelos orifícios de alimentação, figura 4.16, guardam relações diretas com os gradientes de pressão associados aos capilares que alimentam cada orifício. Esta relação é apresentada no Capítulo 2 e é dada pela expressão 2.24. Espera-se então que o comportamento temporal da pressão em cada orifício de alimentação siga o comportamento apresentado na figura 4.16. Tal expectativa é corroborada pela figura 4.17 a seguir.

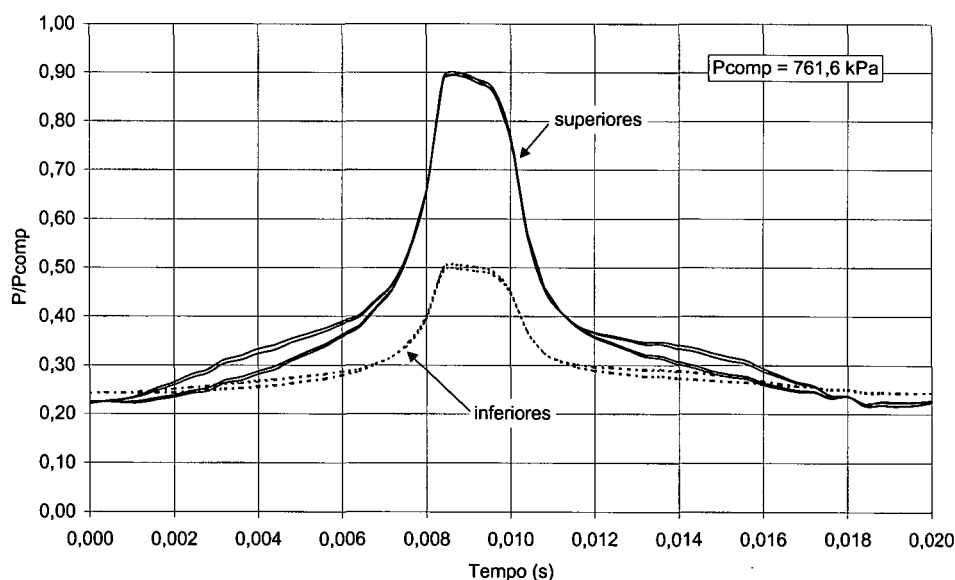


Figura 4.17 – Pressão nos orifícios de alimentação do pistão pneumático padrão.

Nota-se pela figura 4.17 que os orifícios de alimentação posicionados junto ao topo do cilindro (orifícios da linha superior) operam com níveis mais elevados de pressão. De fato há uma influência direta da condição de contorno em $y = 0$, que pode atingir uma relação máxima de pressão dada por:

$$P = \frac{P_{pxv}}{P_{comp}} = \frac{941,29}{761,3} = 1,236 \quad (4.1)$$

onde p_{pxv} é a máxima pressão do ciclo de compressão em [kPa] apresentado no diagrama PxV da figura 4.1 e P_{comp} é a pressão da linha de condensação em [kPa]. As relações experimentadas em $y^* = 0$ são apresentadas na figura 4.18.

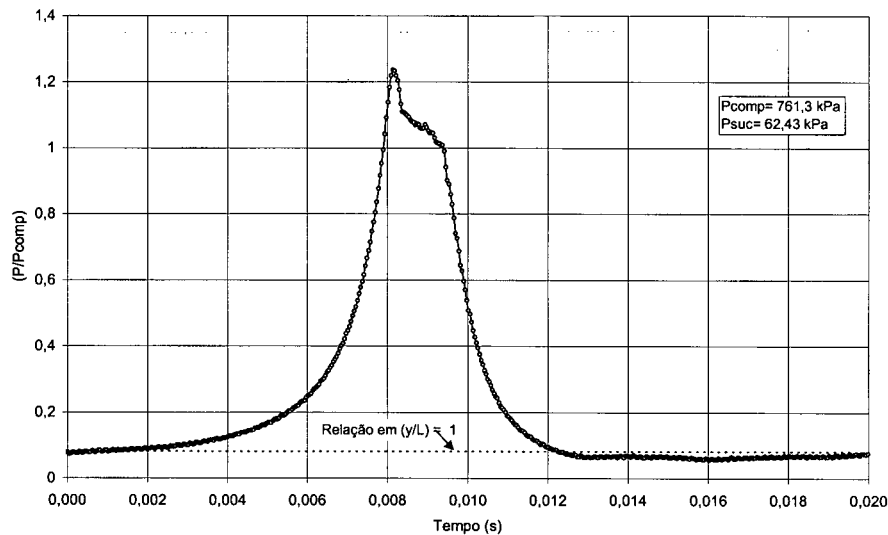


Figura 4.18 – Evolução temporal da relação de pressão em $y^* = 0$ para o pistão pneumático padrão.

A relação $P/P_{comp} = 1,236$ não é atingida pelos orifícios de alimentação (figura 4.17) uma vez que o escoamento até o filme fluido agrega perda de carga devido ao circuito de capilares. Pode-se afirmar que tanto os orifícios de alimentação superiores como os inferiores insuflam lubrificante ao longo de todo o ciclo de compressão (figura 4.16). Entretanto, em alguns instantes, o fluxo insuflado é todo descarregado na saia do pistão e é admitido refrigerante ao filme fluido pelo topo do pistão proveniente da câmara de compressão. Este refluxo em $y^* = 0$ é explorado na figura a seguir.

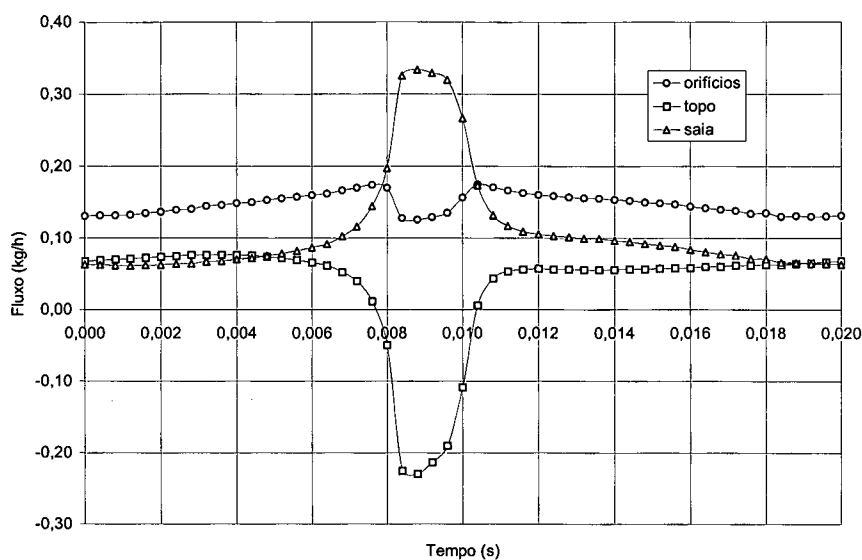


Figura 4.19 – Evolução temporal dos fluxos mássicos no filme fluido do pistão pneumático padrão.

Conforme ilustra a figura 4.19, durante parte do período de compressão o fluxo mássico descarregado no topo do pistão assume sinal negativo, o que indica que o fluxo mássico passa a ser admitido durante este intervalo de tempo.

4.5.4 Regime de Escoamento nos Capilares

Da mesma maneira que a pressão experimentada pelos orifícios de alimentação mantém uma relação bem definida com o fluxo mássico insuflado nestes orifícios, o número de Reynolds também se relaciona diretamente com o fluxo insuflado. Neste trabalho a viscosidade do fluido foi considerada constante ao longo de todo o filme fluido e é avaliada pela temperatura de descarga do fluxo bombeado, os únicos parâmetros que variam são o fluxo mássico e a densidade do refrigerante em cada capilar.

Avaliou-se a densidade do refrigerante nos capilares considerando-o um gás perfeito e assumindo a pressão no filme fluido sobre os orifícios de alimentação. Assim, não foi considerada a expansão que o refrigerante sofre ao deixar os capilares.

Durante a avaliação dos fluxos mássicos insuflados, o campo de pressão é estimado, tem-se assim o gradiente de pressão nos capilares. Calcula-se o fluxo mássico e a velocidade do escoamento nos capilares, e de posse deste valor, avalia-se o regime de escoamento através do número de Reynolds e determina-se o fator de atrito

correspondente. Recalcula-se o fluxo mássico correspondente ao regime de escoamento e ao gradiente de pressão informado até que os mesmos estabilizem determinando-se a evolução dos fluxos mássicos em cada orifício de alimentação. O comportamento do número de Reynolds em cada par de capilares que alimentam o respectivo orifício de alimentação é apresentado na figura 4.20.

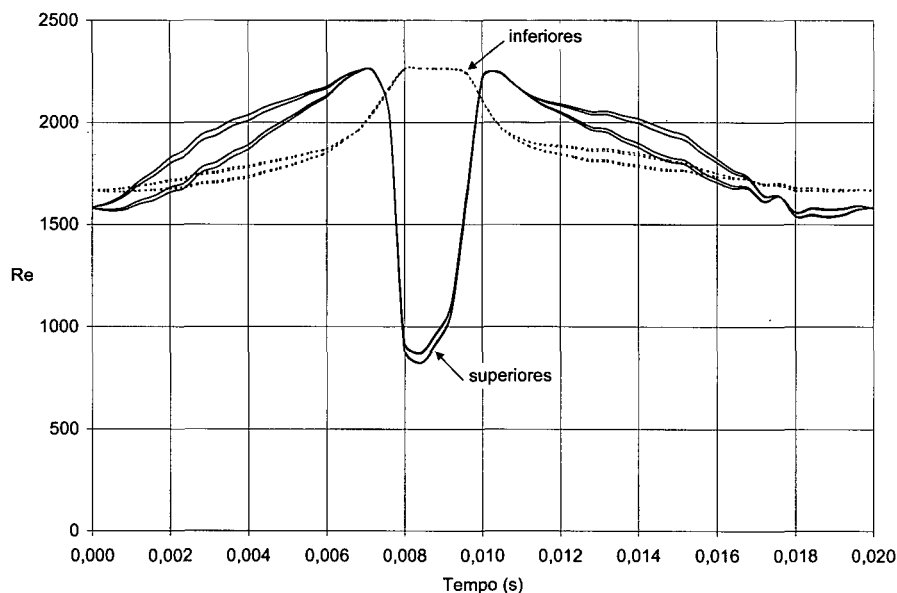


Figura 4.20 – Evolução temporal do número de Reynolds nos capilares do pistão pneumático padrão.

Uma vez que o regime turbulento de escoamento é caracterizado por números de Reynolds superiores a 2300, observar-se que em todo o ciclo de compressão o regime laminar predomina. Comparando-se as figuras 4.16 e 4.20 observa-se que o número de Reynolds guarda uma proporção bem definida com o fluxo mássico insuflado.

4.6 Avaliação Geométrica dos Capilares

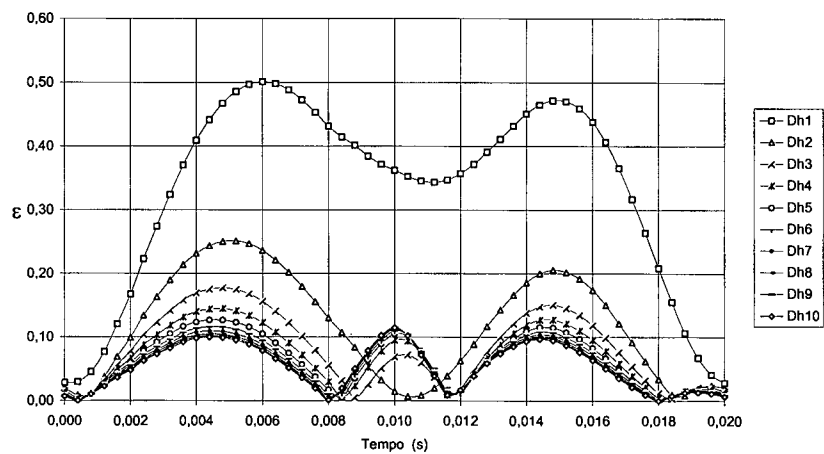
O comportamento dinâmico do pistão pneumático é fortemente influenciado pelo fluxo mássico de refrigerante insuflado nos orifícios de alimentação. Cada orifício de alimentação é abastecido por dois capilares dispostos axissimetricamente conforme mostrado na figura 2.2. Desta forma o comportamento do pistão fica então condicionado aos aspectos geométricos dos capilares.

Cada capilar pode ser caracterizado como um canal retangular curvo, cujo comprimento é determinado através do número de orifícios e do diâmetro externo do

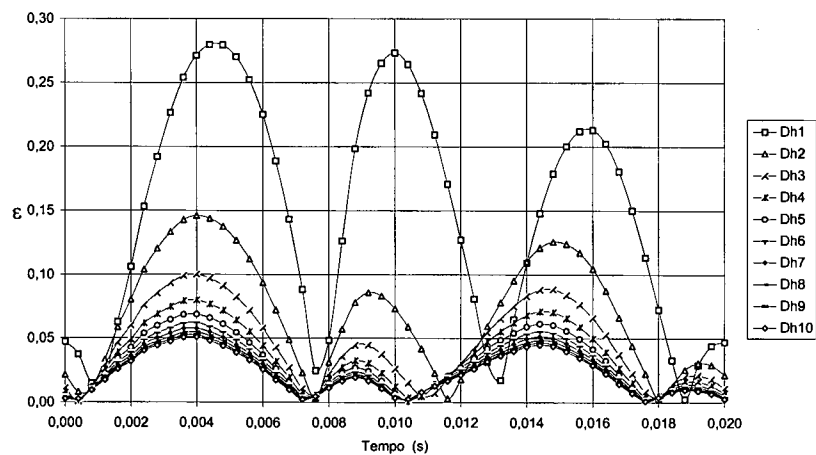
cilindro; este comprimento é fixo para uma mesma configuração. Dentre os resultados explorados avaliou-se a influência da relação de aspecto do capilar, ou seja, a relação largura/profundidade. Tal avaliação foi feita através da simulação para diferentes diâmetros hidráulicos do canal, definidos como:

$$D_h = \frac{4A_{cap}}{P_{cap}} \quad (4.2)$$

onde, A_{cap} é a área transversal do capilar e P_{cap} o perímetro molhado do capilar. Deve-se ressaltar que os efeitos associados à curvatura do capilar foram desconsiderados.



(a) Topo



(b) Saia

Figura 4.21 – Influência do diâmetro hidráulico dos capilares nas relações de excentricidade do topo e da saia do pistão.

A influência do diâmetro hidráulico do canal capilar nas relações de excentricidade do topo e da saia do pistão é explorada na figura 4.21. Os resultados apresentados foram obtidos utilizando-se os dados apresentados na tabela 4.1; os diâmetros hidráulicos utilizados são apresentados na tabela a seguir.

Tabela 4.3 – Diâmetro hidráulico dos capilares.

	Dh1	Dh2	Dh3	Dh4	Dh5	Dh6	Dh7	Dh8	Dh9	Dh10
Largura *	100,0	200,0	300,0	400,0	500,0	600,0	700,0	800,0	900,0	1000,0
Profundidade *	16,0									
Diâmetro *	27,58	29,63	30,38	30,77	31,00	31,17	31,28	31,37	31,44	31,50

(*)em micrômetros.

O pistão padrão utiliza capilares com 250 μm de largura e 16 μm de profundidade; nesta configuração os capilares possuem um comprimento de 10,73 mm.

Da figura 4.21 nota-se que a amplitude dos deslocamentos é reduzida à medida em que o diâmetro hidráulico dos capilares aumenta. O fluxo insuflado é influenciado pelo aumento da área transversal do capilar. Assim, o aumento do diâmetro hidráulico dos capilares se traduz em aumento do fluxo insuflado o que acarreta menores deslocamentos devido a maior rigidez do filme fluido. A evolução do fluxo mássico total insuflado pelos oito orifícios de alimentação é apresentada a seguir.

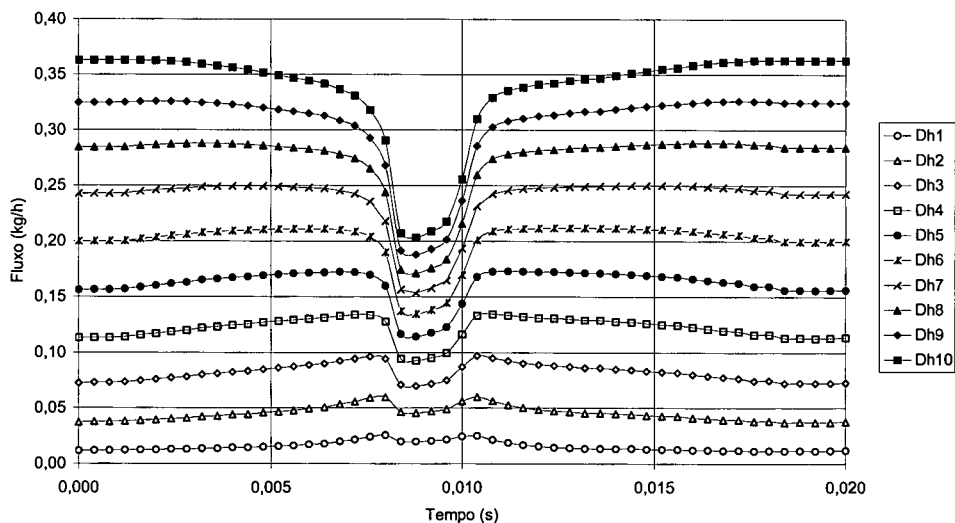


Figura 4.22 – Influência do diâmetro hidráulico dos capilares no fluxo mássico total insuflado no filme fluido

A determinação da melhor configuração largura/profundidade será realizada levando-se em consideração o limite máximo admitido para os deslocamentos do topo e saia do pistão pneumático e o percentual do fluxo bombeado que deverá ser desviado para a manutenção do filme fluido; deseja-se que este percentual não ultrapasse 4% de forma a não prejudicar a eficiência volumétrica do compressor. Uma análise comparativa entre os deslocamentos radiais experimentados pelo pistão e o fluxo insuflado é apresentado a seguir.

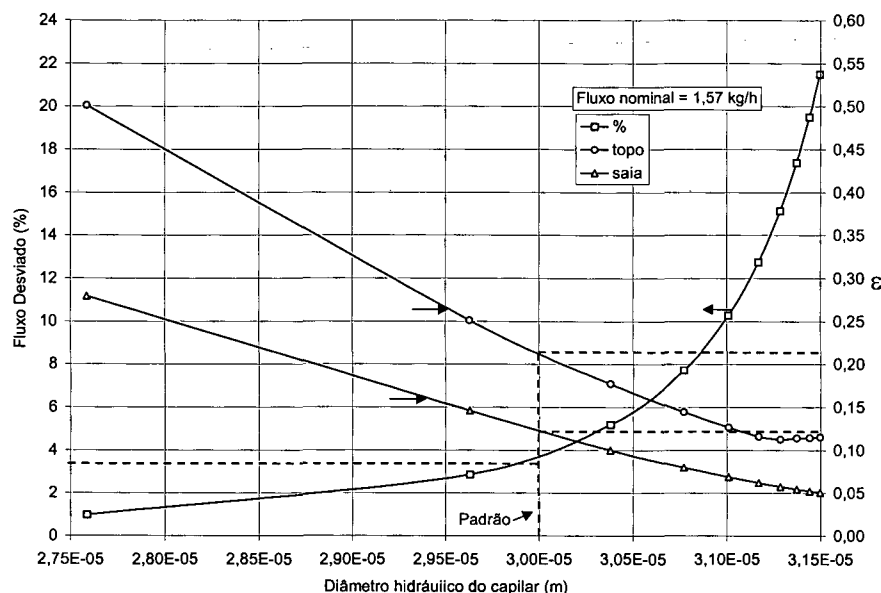


Figura 4.23 – Fluxo total desviado e deslocamento máximo do pistão pneumático para diferentes diâmetros hidráulicos dos capilares.

Como pode ser observado na figura 4.23, pode-se otimizar o circuito de alimentação utilizando-se capilares com largura inferior a 250 μm (padrão). Para esta configuração o pistão atinge relações de excentricidade de 0,13 e 0,22 para a saia e o topo, respectivamente, consumindo cerca de 3,7% do fluxo bombeado. Poderia-se reduzir o consumo para 2,0% e as relações de excentricidade não ultrapassariam 0,35, ou seja, o pistão iria deslocar-se cerca de 3,5 μm ao longo de uma folga radial de 10,0 μm .

4.7 Avaliação Geométrica dos Orifícios de Alimentação

Determinada a influência da relação de aspecto dos capilares sobre a dinâmica do pistão pneumático, faz-se agora uma investigação do diâmetro dos orifícios de alimentação no desempenho do pistão. Nesta análise serão mantidas as condições

apresentadas no item 4.1. Curvas que descrevem as trajetórias do topo e da saia do pistão em função do diâmetro dos orifícios de alimentação são apresentados na sequência.

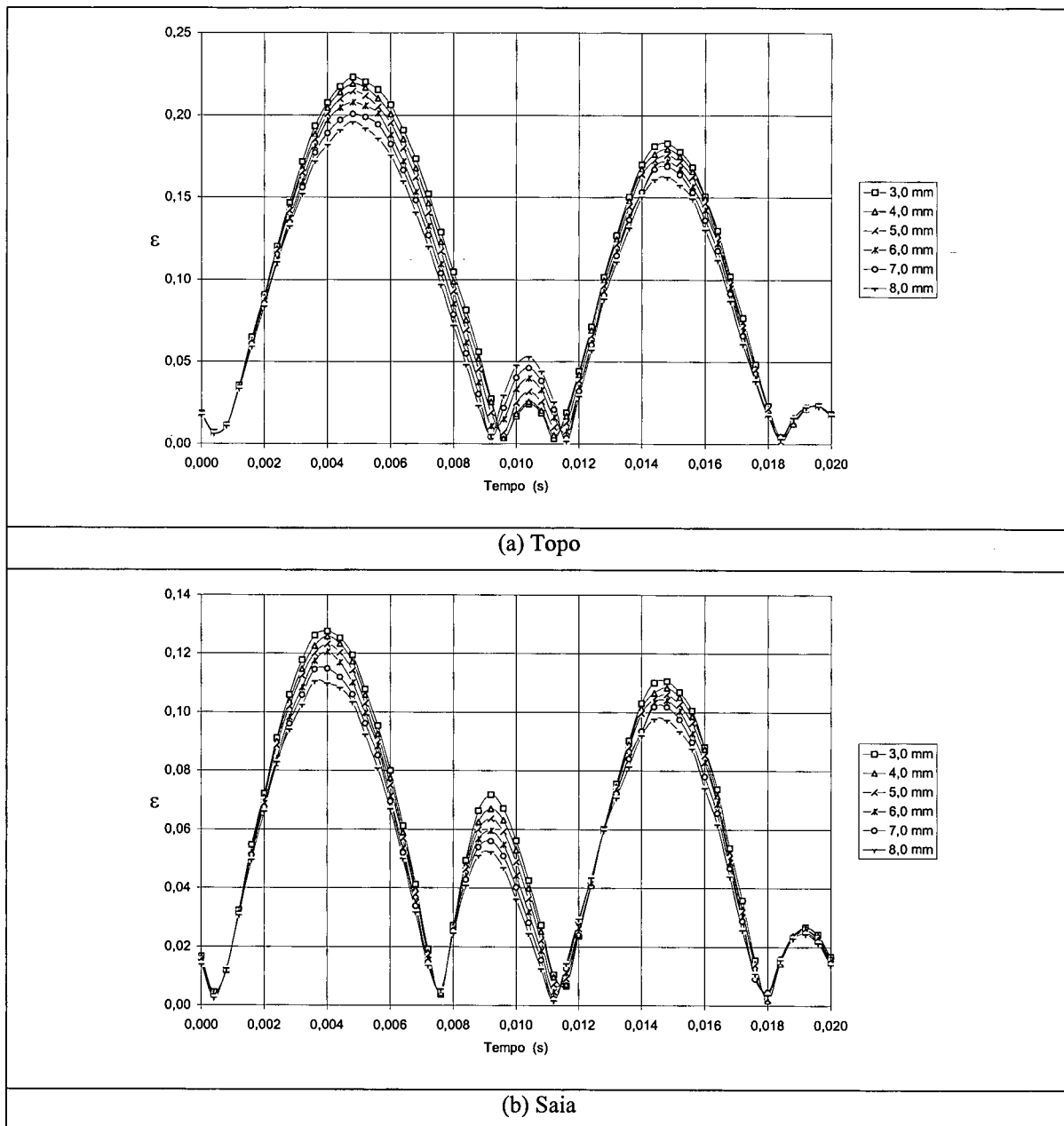


Figura 4.24 – Influência do diâmetro dos orifícios de alimentação nas relações de excentricidade do topo e da saia do pistão.

Tanto o topo como a saia do pistão pneumático tem seus deslocamentos ampliados à medida que o diâmetro dos orifícios de alimentação é reduzido. Nas regiões dos orifícios de alimentação tem-se a presença do termo fonte da equação de Reynolds, equação 2.15, responsável pelos efeitos associados à lubrificação aerostática ocasionados pelo insuflamento de refrigerante a alta pressão.

Observou-se ao longo das simulações que os efeitos aerostáticos são significativamente mais importantes que os efeitos aerodinâmicos, em parte pela compressibilidade do fluido lubrificante e também pelos pequenos deslocamentos do pistão. O aumento da área útil para alimentação do filme fluido confere maior rigidez ao pistão devido ao maior insuflamento de lubrificante. A evolução dos fluxos mássicos totais insuflados pelos oito orifícios de alimentação é apresentada a seguir.

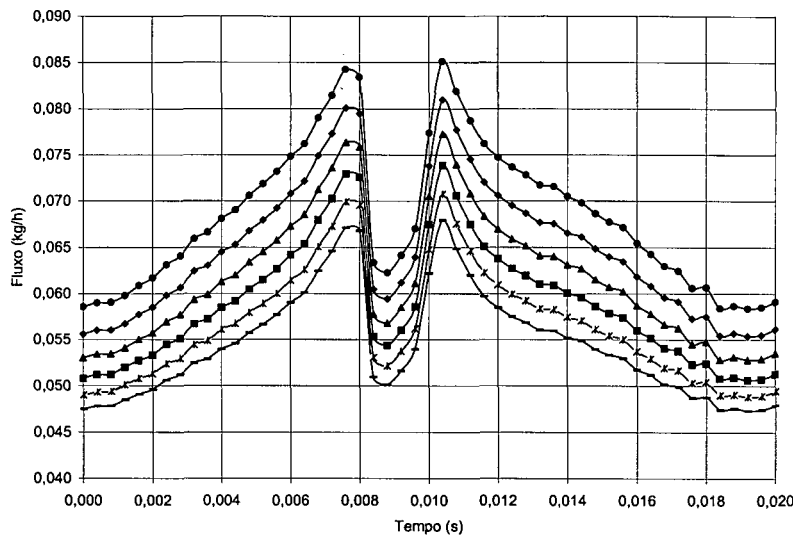
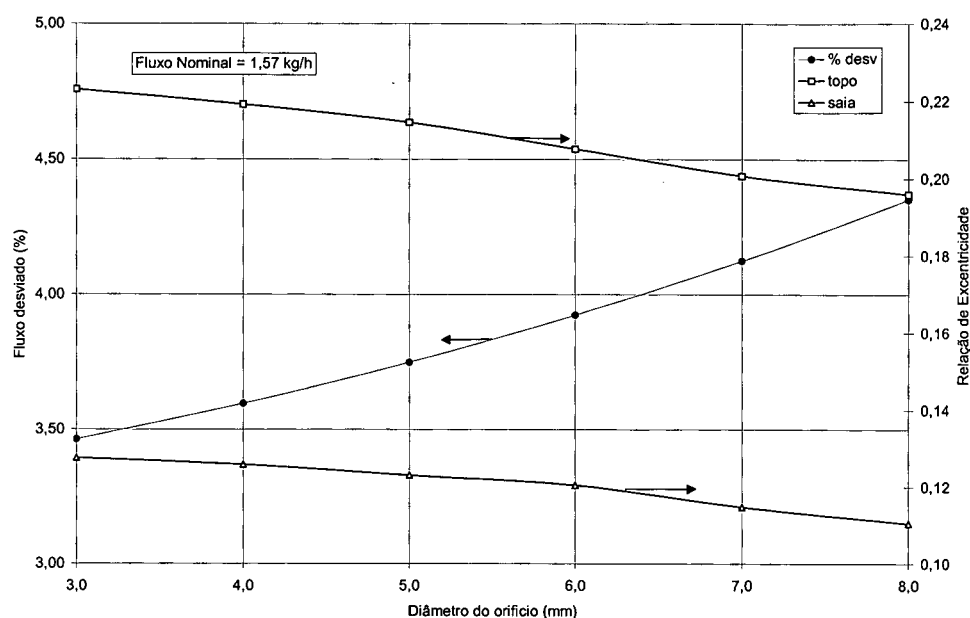


Figura 4.25 – Influência do diâmetro do orifício de alimentação no fluxo mássico total insuflado no filme fluido.

Da figura 4.25 nota-se que o fluxo insuflado é influenciado pelo aumento do diâmetro dos orifícios de alimentação. Assim, o aumento do diâmetro se traduz em aumento do fluxo insuflado, o que acarreta menores deslocamentos devido a maior rigidez do filme fluido. Deve-se buscar uma solução de compromisso e optar pelo diâmetro que ocasiona pequenos deslocamentos sem que se utilize de um elevado fluxo mássico para a manutenção do filme fluido. A figura 4.26 apresenta os deslocamentos máximos do topo e da saia do pistão juntamente com o fluxo total de massa desviado para o filme fluido em função do diâmetro do orifício de alimentação.



Obs: O fluxo de massa admitido no topo do pistão não é levado em consideração para avaliar a porcentagem do fluxo desviado.

Figura 4.26 – Influência do diâmetro do orifício de alimentação no fluxo total desviado e no deslocamento máximo do pistão pneumático.

Como pode ser observado, os deslocamentos radiais não são muito afetados pela alteração do diâmetro dos orifícios de alimentação. Pode-se trabalhar com orifícios de 3,0 mm obtendo um consumo inferior a 3,5% sem que os deslocamentos radiais atinjam níveis inadequados.

4.8 Avaliação do Número de Orifícios de Alimentação

Depois de avaliar o comportamento dinâmico e operacional do pistão pneumático frente a variações geométricas do sistema de alimentação de lubrificante, diâmetro hidráulico dos capilares e diâmetro dos orifícios de alimentação, optou-se por investigar a influência do número de orifícios de alimentação. Várias combinações poderiam ser estabelecidas, todavia, escolheu-se as distribuições com 6 e 8 orifícios de alimentação posicionados sobre duas linhas de alimentação com 3 e 4 orifícios, respectivamente. Todas as demais informações geométricas, apresentadas na tabela 4.1, foram mantidas. Os resultados obtidos são apresentados a seguir.

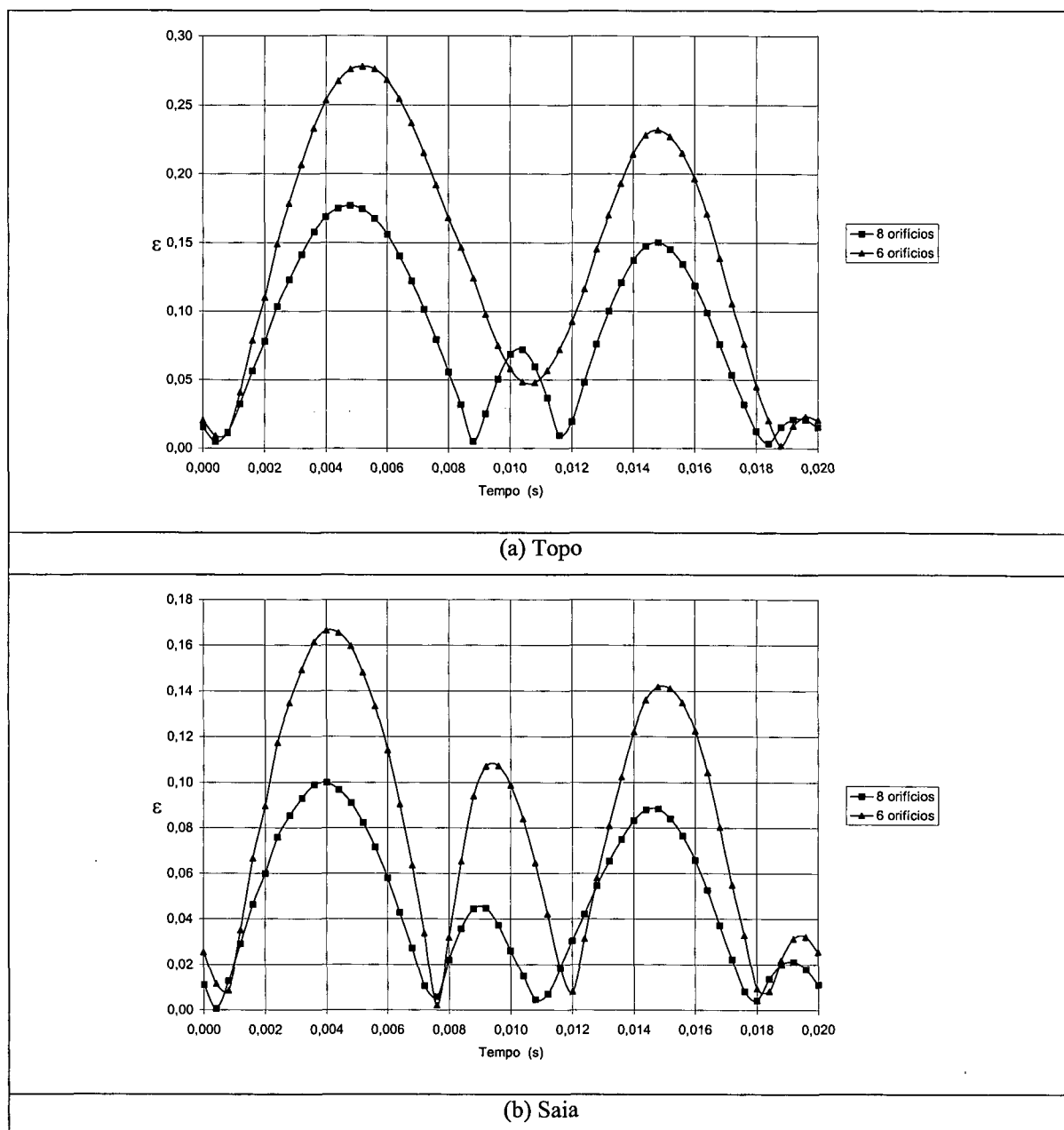


Figura 4.27 – Influência do número de orifícios de alimentação nas relações de excentricidade do topo e da saia do pistão.

Conforme ilustrado na figura 4.27, o pistão pneumático com 8 orifícios de alimentação apresenta maior estabilidade durante o ciclo de compressão devido ao fluxo mássico insuflado ser superior àquele mantido pelo pistão com 6 orifícios.

Na configuração com 6 orifícios de alimentação dispostos axissimetricamente a 120° , além de se ter uma menor área útil para o insuflamento de lubrificante, tem-se um aumento nos comprimentos dos capilares que o distribuem (de 10,73 mm para 15,62mm), prejudicando a manutenção do filme fluido. Uma comparação entre os deslocamentos do pistão com 6 e 8 orifícios de alimentação é apresentada na tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Deslocamentos radiais e fluxo de refrigerante desviado para o pistão com 6 e 8 orifícios de alimentação .

	Relação de Excentricidade Máxima		Fluxo [kg/h]	% (*)
	Topo	Saia		
6 orifícios	0,28	0,17	0,036	2,26
8 orifícios	0,18	0,10	0,082	5,20

(*) Fluxo nominal de 1,57 kg/h.

Como foi mencionado anteriormente, o pistão com 6 orifícios de alimentação atinge deslocamentos maiores, embora consuma uma parcela menor do fluxo bombeado ao longo do ciclo. Mesmo assim acredita-se que a configuração com 8 orifícios de alimentação seja mais vantajosa pois consegue-se manter um filme fluido mais uniforme e, por conseguinte, um pistão mais estável. Melhorias no consumo poderiam ser obtidas através de combinações geométricas conforme exploradas nas seções anteriores.

Muitas comparações poderiam ser estabelecidas, entretanto, acredita-se que os parâmetros geométricos essenciais foram avaliados. Caso haja a necessidade de se avaliar uma configuração específica, o programa computacional está bem adaptado a diferentes combinação geométricas. Nas próximas seções serão apresentadas avaliações referentes ao carregamento imposto e alterações na folga radial.

4.9 Avaliação do Carregamento Externo

Na primeira parte deste capítulo foram realizadas avaliações geométricas do sistema de distribuição de lubrificante. Neste momento será dada ênfase à sensibilidade da dinâmica do pistão pneumático quanto às variações do carregamento externo aplicado sobre o pistão. Os esforços externos nominais são apresentados na figura 2.8 e foram utilizados em todas as simulações apresentadas até então neste capítulo.

A magnitude do carregamento externo foi alterada mantendo-se todas as características geométrica e operacionais apresentadas na tabela 4.1. A evolução temporal dos deslocamentos radiais do topo e saia do pistão pneumático é apresentada na figura 4.28.

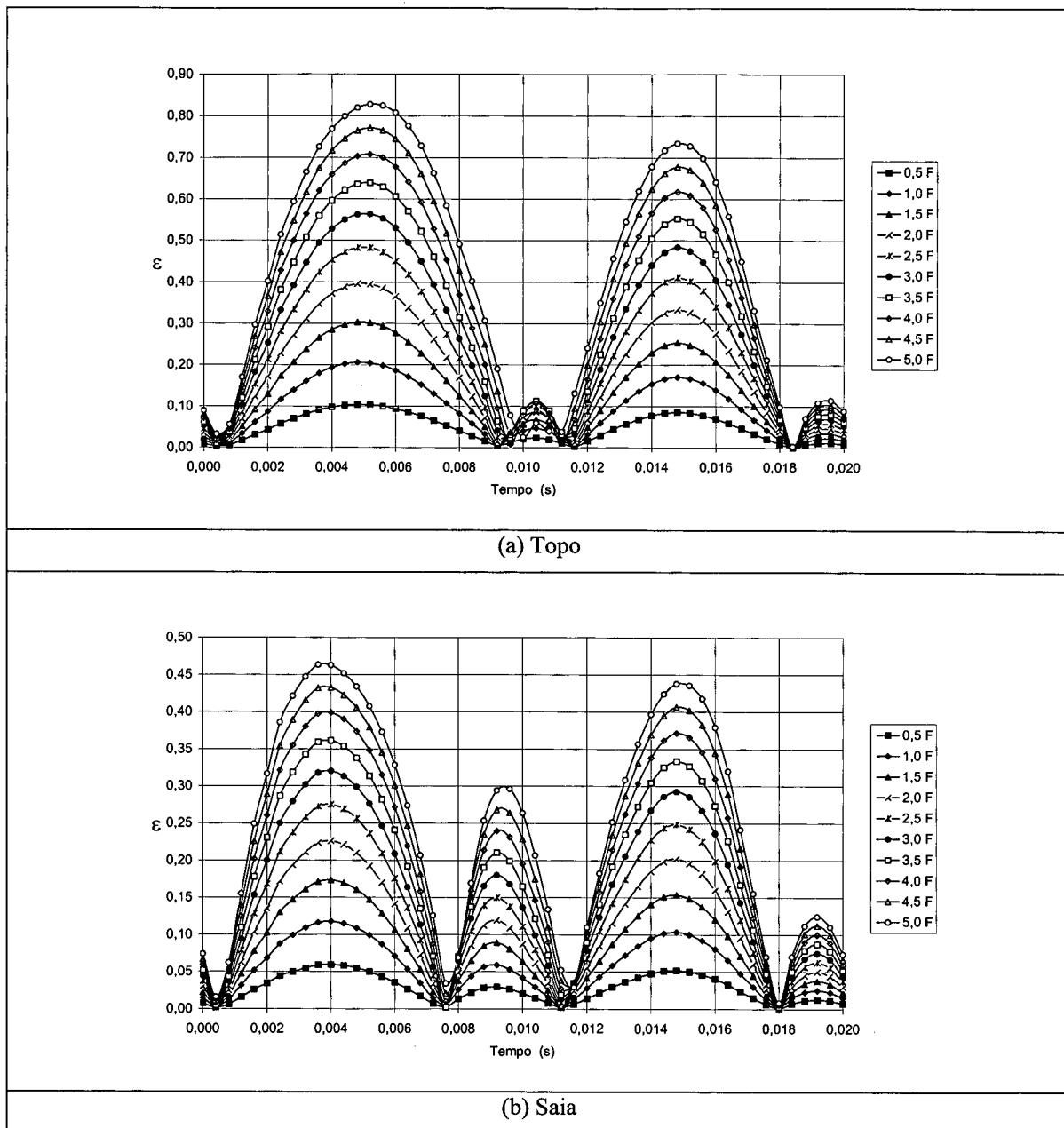


Figura 4.28 – Influência da magnitude do carregamento externo nas relações de excentricidade do topo e da saia do pistão.

Da figura 4.28 nota-se que os deslocamentos radiais do topo e da saia do pistão aumentam à medida em que o carregamento externo é aumentado. Embora este comportamento seja previsto, observa-se que mesmo para relações de excentricidade de 0,8 correspondentes a um carregamento de 5,0F os efeitos aerodinâmicos são pouco expressivos pois não é observada distorção alguma da tendência apresentada pelas demais curvas.

À medida que a espessura local do filme fluido diminui, os termos da equação de Reynolds associados ao efeito de filme espremido e ao efeito cunha poderiam tornar-se

significativos se comparados ao termo de insuflamento. Entretanto, estes efeitos são reduzidos pela variação da densidade local do fluido decorrente das alterações do campo de pressão.

O fluxo mássico insuflado não sofre alteração à medida em que o carregamento é aumentado, mantendo-se em um consumo percentual de cerca de 4,0% para todas as configurações. A figura 4.29 mostra o deslocamento máximo do pistão em função do carregamento aplicado.

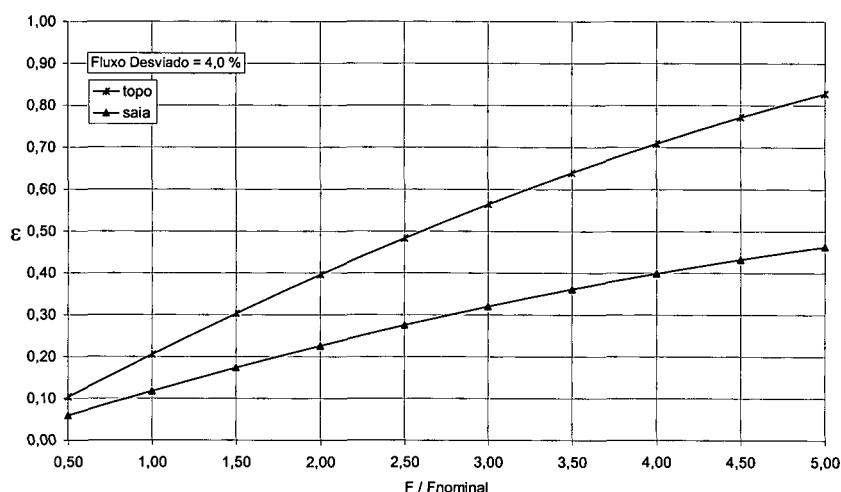


Figura 4.29 – Influência da magnitude do carregamento externo no deslocamento máximo do topo e da saia do pistão.

Um outro parâmetro importante a ser avaliado é a influência da posição angular de aplicação do carregamento no desempenho do pistão. O dispositivo eletromagnético que confere o movimento alternativo ao pistão gera esforços eletromagnéticos bem definidos que possuem uma localização específica em relação aos orifícios de alimentação do pistão pneumático. Durante a montagem do cilindro pode-se desejar que o mesmo não possua uma orientação preferencial quanto ao bloco do compressor de modo que os esforços possam ser aplicados em qualquer direção.

Devido à simetria do posicionamento dos orifícios de alimentação, pode-se avaliar a localização angular de aplicação do carregamento sobre uma bissetriz entre duas colunas de orifícios de alimentação. As órbitas do topo e da saia do pistão pneumático são apresentadas a seguir para quatro posições de aplicação da carga, 0°, 15°, 30 e 45°.

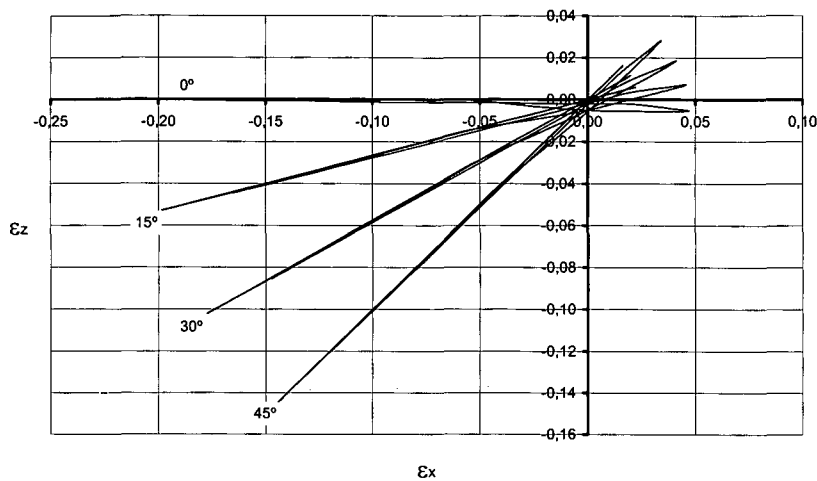


Figura 4.30 – Influência do ângulo de atuação do carregamento sobre a órbita do topo do pistão.

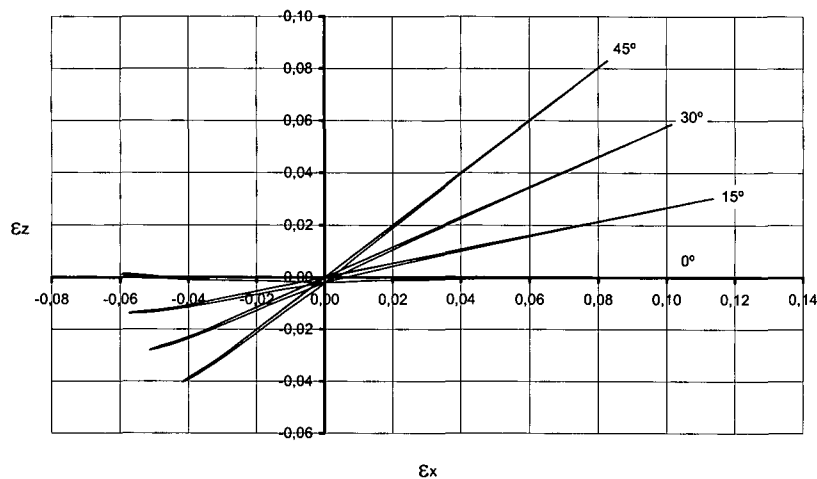
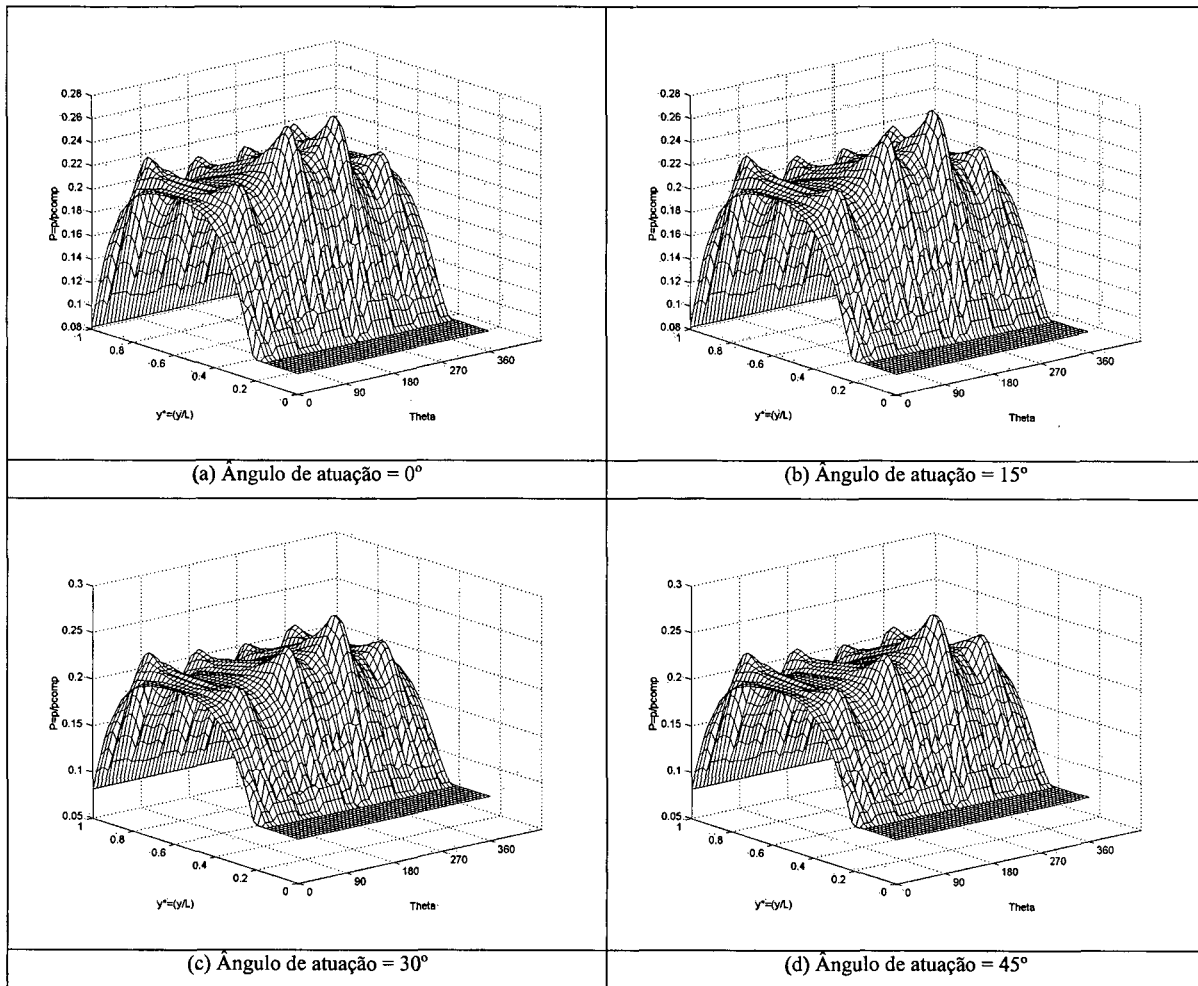


Figura 4.31 – Influência do ângulo de atuação do carregamento sobre a órbita da saia do pistão.

Como pode ser observado nas figuras 4.30 e 4.31, tanto a órbita do topo como a da saia do pistão pneumático são praticamente pouco influenciadas pela aplicação da força eletromagnética, sofrendo apenas uma rotação que acompanha o ângulo de atuação do carregamento.

O fluido lubrificante se distribui uniformemente ao longo da folga radial originando campos de pressão praticamente constantes ao longo da direção circumferencial. Estes campos são apresentados na figura 4.32



(*) No instante de tempo $t = 0,004$ s o pistão está posicionado a 11,9 mm do topo do cilindro.

Figura 4.32 – Influência do ângulo de atuação do carregamento no campo de pressão para $t = 0,004$ s (*).

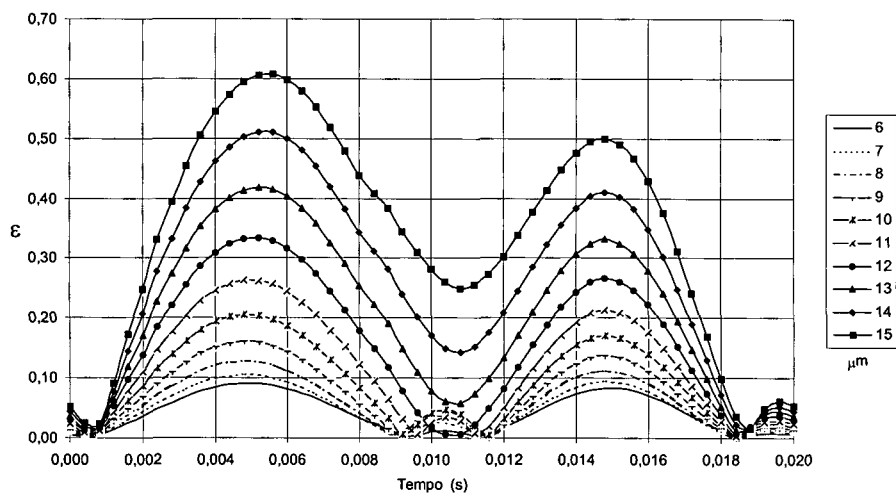
Os campos de pressão plotados na figura 4.32 representam o instante de tempo de 0,004 s, onde tanto o topo como a saia do pistão pneumático se aproximam dos respectivos deslocamentos radiais máximos (ver figura 4.28). Tem-se assim a mínima espessura do filme fluido e conseqüentemente a maior variação circunferencial do campo de pressão.

Como pode ser observado, os campos de pressão são bastante semelhantes. Percebe-se porém uma pequena variação na pressão sobre o orifício de alimentação superior localizado sobre a coluna de alimentação posicionada a 225°. Para um ângulo de atuação de 0° os orifícios posicionados a 135° e 225° experimentam níveis equivalentes de pressão decorrente da simetria na aplicação do carregamento. À medida que o ângulo de atuação aumenta, os níveis de pressão decaem no orifício posicionado a 135° e aumentam

no orifício a 225°. De uma maneira geral pode-se dizer que o ângulo de atuação do carregamento não influencia a estabilidade do pistão o que permite que o cilindro seja montado em qualquer posição.

4.10 Avaliação da Folga Radial

Os resultados apresentados nos itens 4.6 a 4.9 foram obtidos considerando-se os parâmetros geométricos e operacionais apresentados na tabela 4.1. Inicialmente fez-se uma avaliação da geometria do sistema de alimentação e posteriormente uma análise da sensibilidade do pistão quanto a alterações no carregamento imposto. Na tentativa de avaliar o comportamento dinâmico do pistão frente a eventuais desvios de fabricação e montagem, fez-se uma análise da influência da folga radial sobre a órbita do pistão pneumático. Variações da folga radial podem ser ocasionadas por desgaste, dilatação e pela escolha inadequada do par pistão/cilindro. A evolução dos deslocamentos radiais do topo e da saia do pistão pneumático é apresentada a seguir.



(a) Topo

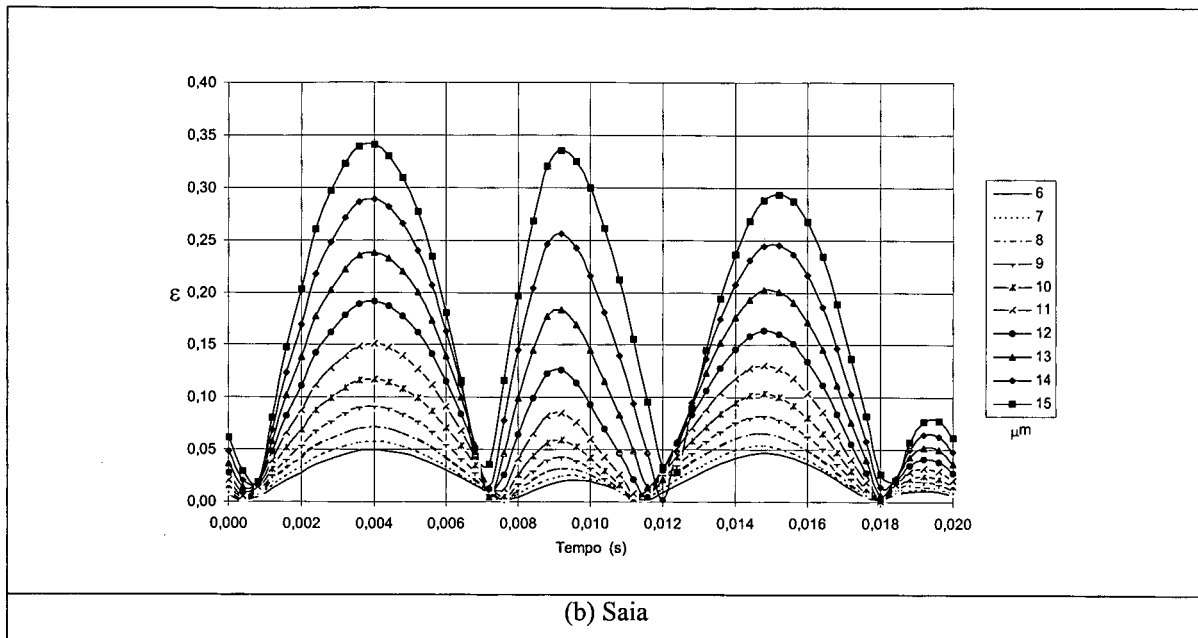


Figura 4.33 – Influência da folga radial sobre as relações de excentricidade do topo e da saia do pistão.

Como pode ser observado na figura 4.33, tanto o topo como a saia do pistão pneumático experimentam maiores deslocamentos a medida que a folga radial é aumentada. Observando as expressões (2.15), (2.17) e (2.18), nota-se que o aumento da folga radial ocasiona uma redução do efeito cunha, fruto do deslocamento relativo entre as superfícies, e um acréscimo do termo relativo ao insuflamento de refrigerante. Ambos os efeitos são combinados de forma a reduzir os níveis de pressão no filme fluido o que se traduz em maiores deslocamentos do pistão. A seguir são apresentados resultados de campos de pressão para folgas radiais de 6 μm e 15 μm .

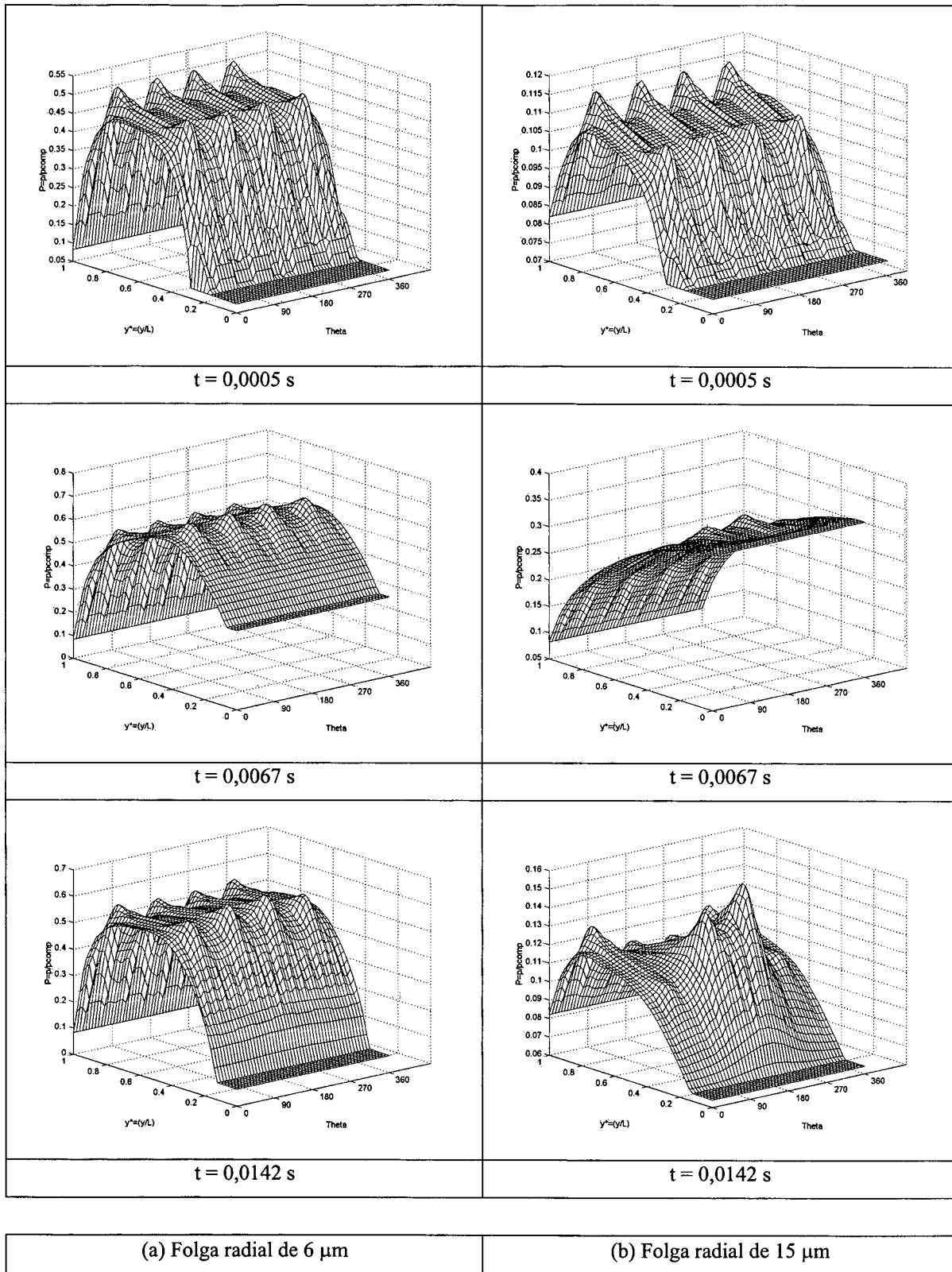


Figura 4.34 – Influência da folga radial nos campos de pressão do pistão.

A evolução temporal dos fluxos mássicos totais insuflados pelos oito orifícios de alimentação é apresentada a seguir para diferentes valores da folga radial .

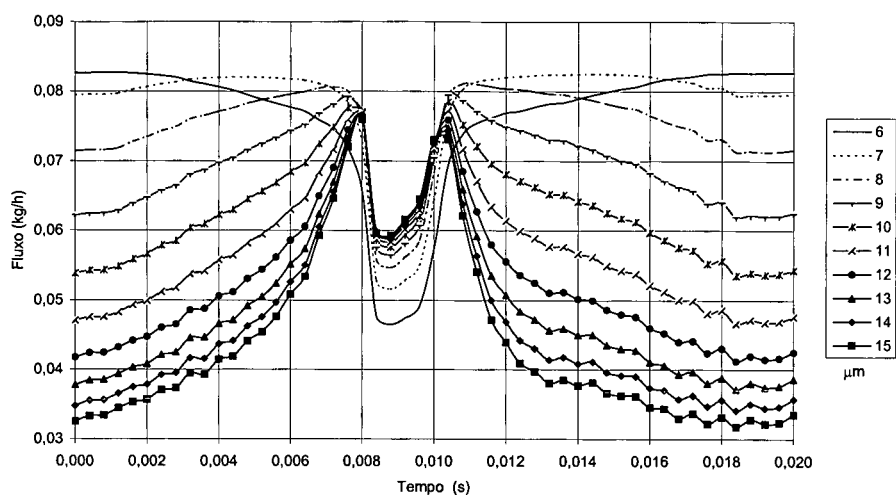


Figura 4.35 – Influência da folga radial no fluxo mássico total insuflado no filme fluido.

Um comportamento interessante pode ser notado na figura 4.35; mesmo tendo níveis mais elevados de pressão no filme fluido, o pistão com 6 μm apresenta um fluxo mássico insuflado superior ao obtido com 15 μm de folga. Este comportamento é discutido no apêndice G.

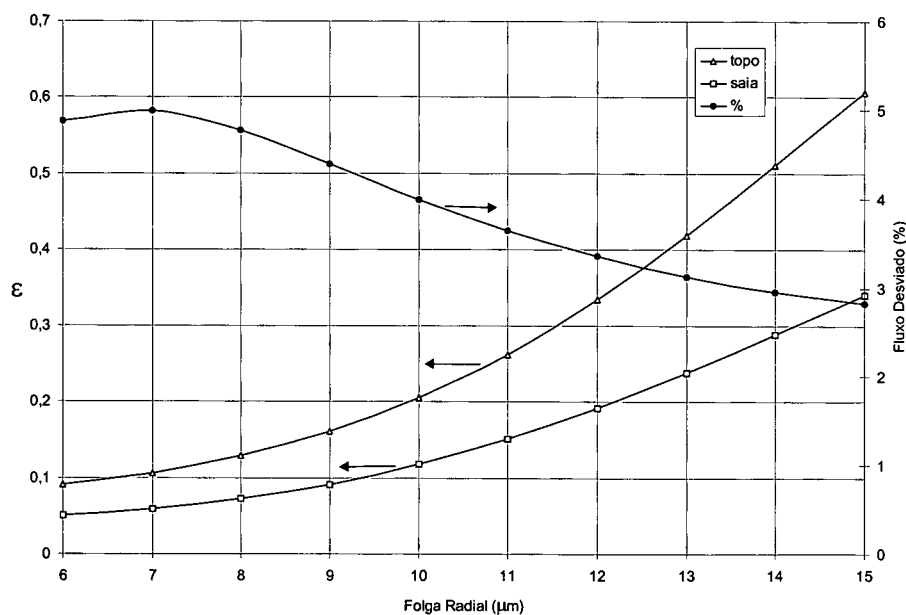


Figura 4.36 – Influência da folga radial no fluxo total desviado e no deslocamento máximo do topo e da saia do pistão.

Da figura 4.36 pode-se notar que a seleção adequada da folga radial apresenta uma grande importância no comportamento dinâmico do pistão. Deve-se trabalhar com desvios de $1,0\ \mu\text{m}$ sobre a folga radial nominal de $10\ \mu\text{m}$ para que o consumo de refrigerante se situe abaixo dos 4,0%, que é o valor desejado para a operação do pistão pneumático.

Capítulo 5

UTILIZAÇÃO DE BUCHAS POROSAS

Normalmente as buchas porosas são fabricadas de materiais sinterizados a partir da metalurgia do pó. Estes materiais sinterizados apresentam um volume de vazios que pode variar de 15% a 35% em aplicações de lubrificação de mancais, o que reduz consideravelmente a resistência mecânica das buchas, inviabilizando a utilização destes materiais em aplicações que envolvem impacto ou fadiga. Neste trabalho foi sugerida a utilização de buchas porosas para a alimentação do filme fluido do pistão pneumático, por conferirem uniformidade ao insuflamento devido as elevadas perdas de carga associadas ao escoamento no interior do material.

Como foi mencionado no capítulo 2, o escoamento ao longo das buchas porosas está confinado em pequenos capilares. Estes capilares são os únicos caminhos existentes no material por onde o fluido pode escoar. Normalmente este escoamento pode ser descrito pela Lei de Darcy em virtude das baixas permeabilidades associadas ao material poroso que acarretam escoamentos em baixas velocidades.

Tanto a alimentação por capilares como a alimentação por buchas porosas podem ser modeladas através da Lei de Darcy. Preferiu-se anteriormente implementar o modelo de alimentação por capilares pois os parâmetros associados a este modelo podem ser melhor precisados.

No modelo onde o filme lubrificante é alimentado por buchas porosas, parâmetros como a porosidade e a permeabilidade do meio, que são características do material e do processo de fabricação, deveriam ser avaliados. Já na modelagem por capilares pode-se trabalhar apenas com parâmetros geométricos de caracterização dos

capilares o que facilitou a determinação do comportamento dinâmico do pistão. No capítulo 4 fez-se uma análise da influência dos parâmetros geométricos sobre a dinâmica do pistão. Foram determinadas as órbitas, os fluxos de massa e os campos de pressão associados a cada caso estudado. De posse destes resultados pode-se agora inverter o procedimento de análise e utilizar um padrão de comportamento do pistão para determinar o sistema de alimentação correspondente, bastando escolher a configuração que melhor combine deslocamentos radiais e consumo de lubrificante necessário para a manutenção do filme fluido. A partir dos fluxos mássico e do gradiente de pressão no sistema de alimentação é possível determinar as características que as buchas porosas deverão apresentar para que o comportamento dinâmico do pistão seja reproduzido.

Na secção 4.5 foi feita a avaliação da configuração padrão do pistão pneumático. A evolução temporal dos fluxos mássicos e da pressão nos orifícios de alimentação foram apresentadas nas figuras 4.16 e 4.17, respectivamente.

Pode-se avaliar o comportamento desejado para uma bucha porosa utilizando-se os valores médios de fluxo mássico e de pressão obtendo-se então,

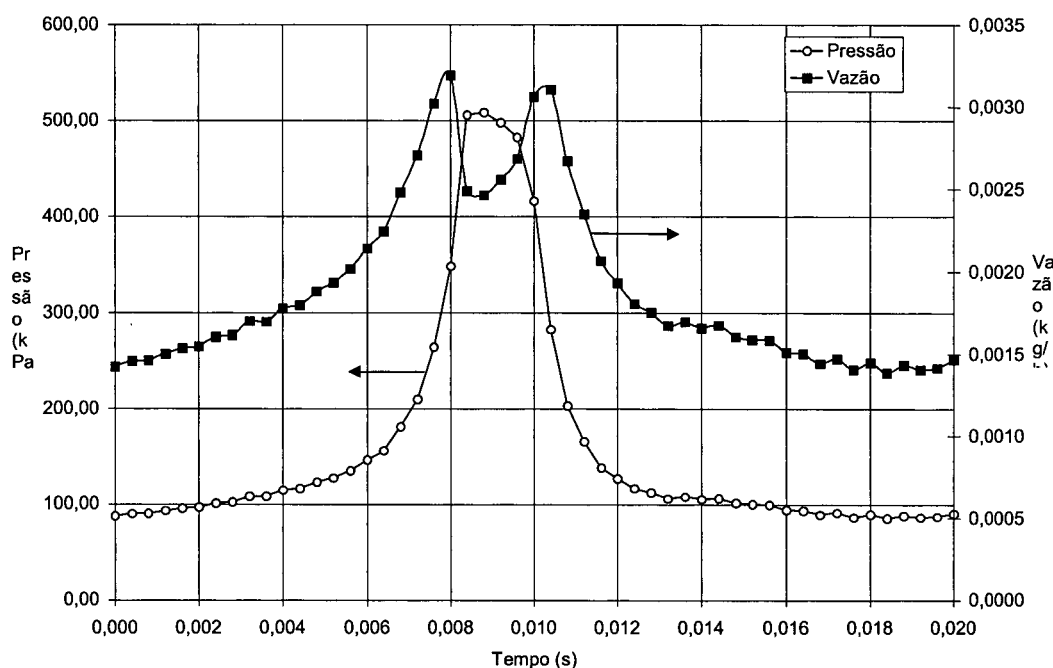


Figura 5.1 – Evolução temporal do fluxo mássico médio e da pressão média nos orifícios de alimentação.

Na sequência, pode-se determinar a permeabilidade necessária ao material para que os padrões apresentados na figura 5.1 sejam reproduzidos.

A velocidade média nos orifícios de alimentação será calculada fazendo-se uso da área transversal dos orifícios, e da densidade do fluido calculada a partir das pressões apresentadas na figura 5.1 assumindo o comportamento de gás perfeito.

Na figura 5.2 é apresentada a aproximação sugerida para avaliar o comprimento L_B , segmento \overline{ab} , do meio poroso nas buchas de alimentação.

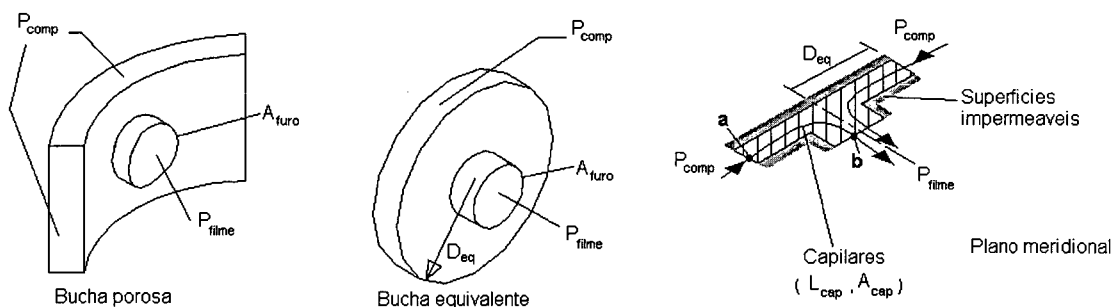


Figura 5.2 – Geometria característica das buchas porosas.

A geometria proposta pode ser simplificada de modo a se obter uma geometria axissimétrica representada pelo plano meridional da figura 5.2. A bucha equivalente é dimensionada de modo a apresentar a mesma área transversal submetida à pressão de condensação P_{comp} . Definindo-se a espessura da bucha porosa pode-se avaliar o diâmetro equivalente e assim o comprimento característico L_B da bucha de material poroso. Como o comprimento L_B será obtido de acordo com as restrições dimensionais de projeto do cilindro, optou-se em avaliar a relação entre a permeabilidade e o comprimento característico k/L_B , os resultados são apresentados na tabela 5.1 a seguir.

Tabela 5.1 – Valores médios para avaliação da permeabilidade das buchas.

Tempo (s)	Pressão (kPa)	Fluxo Mássico (kg/s)	Densidade ^(*) (kg/m ³)	Velocidade (m/s)	ΔP (kPa)	K/L _B ^(**) (m)
0,0000	87,83	3,960E-07	2,0090	49,28	673,47	5,63E-10
0,0008	90,50	4,060E-07	2,0701	49,03	670,80	5,63E-10
0,0016	95,83	4,260E-07	2,1920	48,59	665,47	5,62E-10
0,0024	101,16	4,460E-07	2,3139	48,19	660,14	5,62E-10
0,0032	108,58	4,720E-07	2,4836	47,51	652,72	5,60E-10
0,0040	114,77	4,940E-07	2,6252	47,04	646,53	5,60E-10
0,0048	123,14	5,220E-07	2,8166	46,33	638,16	5,59E-10
0,0056	134,94	5,600E-07	3,0866	45,36	626,36	5,58E-10
0,0064	156,07	6,230E-07	3,5699	43,63	605,23	5,55E-10
0,0072	209,74	7,520E-07	4,7975	39,19	551,56	5,47E-10
0,0080	348,20	8,860E-07	7,9646	27,81	413,10	5,18E-10
0,0088	509,02	6,840E-07	11,6431	14,69	252,28	4,48E-10
0,0096	482,47	7,460E-07	11,0358	16,90	278,83	4,67E-10
0,0104	282,73	8,630E-07	6,4670	33,36	478,57	5,37E-10
0,0112	165,68	6,520E-07	3,7897	43,01	595,62	5,56E-10
0,0120	127,14	5,360E-07	2,9081	46,08	634,16	5,59E-10
0,0128	112,48	4,870E-07	2,5728	47,32	648,82	5,62E-10
0,0136	108,29	4,710E-07	2,4770	47,54	653,01	5,61E-10
0,0144	106,77	4,660E-07	2,4422	47,70	654,53	5,61E-10
0,0152	100,30	4,420E-07	2,2942	48,16	661,00	5,61E-10
0,0160	94,59	4,200E-07	2,1636	48,53	666,71	5,60E-10
0,0168	89,36	4,010E-07	2,0440	49,05	671,94	5,62E-10
0,0176	86,88	3,910E-07	1,9873	49,19	674,42	5,62E-10
0,0184	85,46	3,850E-07	1,9548	49,24	675,84	5,61E-10
0,0192	86,69	3,910E-07	1,9829	49,30	674,61	5,63E-10
0,0200	90,79	4,070E-07	2,0767	49,00	670,52	5,63E-10

(*) utilizou-se $\eta = 143,34 \text{ J/kgK}$ e $T = 305,0 \text{ K}$, (**) viscosidade do R600a a $305,0 \text{ K} = 7,7 \mu\text{Pa.s}$.

O valor médio para a relação k/L_B é $5,50 \times 10^{-10} \text{ m}$. Sabendo que L_B é da ordem de 10^{-3} m , obtém-se uma permeabilidade média da ordem de $55,0 \times 10^{-12} \text{ m}^2$. Muitos dos materiais porosos utilizados na confecção de mancais radiais tem sua porosidade típica variando entre $10 \times 10^{-12} \text{ m}^2$ e $2000 \times 10^{-12} \text{ m}^2$ o que demonstra que buchas porosas podem ser de fato confeccionadas para a aplicação em consideração.

Avaliações experimentais foram realizadas por Cameron (1966) e demonstraram que a permeabilidade do material poroso pode ser relacionada a sua porosidade por,

$$K \propto \varpi^a \quad (5.1)$$

Por simplicidade, pode-se considerar o meio poroso como sendo composto de esferas compactadas de diâmetro d . Assim, de acordo com Ergun (1952), pode-se escrever,

$$k = \frac{\varpi^2}{150(1-\varpi)^2} d^2 \quad (5.2)$$

Considerando que um material típico utilizado na confecção de mancais radiais seja composto por esferas de 10 μ m de diâmetro e tenha uma permeabilidade de 750x10⁻¹² m², (Cameron, 1966), obtém-se uma porosidade de 0,25.

O procedimento apresentado pode ser feito para todas as outras simulações apresentadas no Capítulo 2.

Capítulo 6

CONCLUSÕES

No presente trabalho foi desenvolvido um modelo e apresentada uma metodologia numérica para a determinação das características operacionais de um pistão pneumático submetido a carregamentos dinâmicos. Para tanto, fez-se uso de uma aproximação bidimensional onde a equação de Reynolds foi resolvida numericamente utilizando-se o método de Elementos Finitos. Adicionalmente, foram resolvidas as equações da dinâmica do pistão desconsiderando a inércia do mesmo para a determinação da sua trajetória.

O modelo proposto também contemplou o insuflamento de refrigerante para manutenção do filme fluido. Foram apresentadas duas alternativas de concepção, uma delas foi implementada computacionalmente e a outra avaliada com os resultados obtidos.

Quanto ao método numérico, pode-se dizer que sua implementação é relativamente simples de ser executada. Apresenta uma grande vantagem por permitir alterar as configurações da malha mantendo a caracterização geométrica. O processo de obtenção da malha foi executado através do software MatLab.

A integração do código gerador de malha não foi realizada por não se dispor de funções pré definidas na linguagem FORTRAN 90 que realizassem a triangulação de Delaunay. Caso isto venha a acontecer, fica resolvido o problema do refino local de malha pois a cada instante de tempo uma nova malha poderia ser gerada acompanhando o deslocamento da fronteira posicionada junto ao topo do pistão. Esta opção, no entanto, demandará custos computacionais elevadíssimos uma vez que o processo de obtenção de malha também requer um tempo considerável em sua execução.

A escolha de elementos triangulares quadráticos para discretização do domínio de solução foi acertada. Pode-se obter excelentes resultados com malhas relativamente grosseiras, salvo a região compreendida pelo curso do pistão que necessitou de elementos mais refinados para que a fronteira pudesse ser bem determinada e o campo de pressões integrado adequadamente.

Quanto aos resultados, percebeu-se que a configuração inicialmente proposta pela Empresa Brasileira de Compressores- EMBRACO S.A, está muito bem balanceada. O comportamento dinâmico do pistão nesta configuração é aceitável, porém pequenas alterações podem ser realizadas para aumentar a confiabilidade do conjunto.

O sistema de alimentação tem um papel decisivo sobre o comportamento do pistão. Indicações foram obtidas e neste momento deve ser realizada uma avaliação mais criteriosa quanto às características geométricas necessárias para que a dinâmica do pistão apresente elevados graus de estabilidade.

Neste trabalho foram utilizadas muitas simplificações na tentativa de se modelar o circuito de distribuição, dentre elas:

- Os capilares foram considerados lisos o que certamente favoreceu os fluxos insuflados;
- A viscosidade do fluido foi considerada constante e avaliada pela temperatura de descarga do compressor;
- Os fluxos mássicos foram calculados utilizando-se a pressão do filme fluido; desconsiderou-se a expansão sofrida nos orifícios de alimentação;
- O fluido lubrificante foi considerado um gás perfeito;
- Todas as perdas de carga associadas aos demais componentes do sistema de distribuição foram desconsideradas;

Mesmo tendo considerado todas estas simplificações, pode-se dizer que boas indicações podem ser obtidas dos resultados apresentados no Capítulo 4. É possível minimizar o consumo de refrigerante utilizando-se capilares com geometrias distintas nos orifícios de alimentação superiores e inferiores.

Os orifícios de alimentação posicionados na parte inferior do cilindro podem ser alimentados por capilares mais restritivos uma vez que as pressões ali experimentadas são amenizadas pela baixa pressão de sucção do compressor. Desta forma pode-se ter

deslocamentos similares aos obtidos no topo do pistão utilizando-se um fluxo insuflado minimizado.

Acredita-se ainda que pode-se melhorar a rigidez do pistão pneumático utilizando-se um número maior de orifícios de alimentação com diâmetros reduzidos. Desta forma pode-se melhorar o insuflamento e reduzir as regiões do cilindro que efetivamente não suportam carga. Na região dos orifícios de alimentação, por exemplo, o filme fluido atinge espessuras que impossibilitam a sustentação do pistão.

Neste trabalho as características geométricas foram avaliadas independentemente. Talvez fosse interessante cruzar os parâmetros geométricos de modo a se determinar o efeito combinado destas alterações. Como são muitas as combinações possíveis, faz-se necessário estipular quais parâmetros geométricos devem ser mantidos fixos e assim avaliar os demais em conjunto.

Deve ser ressaltado que o modelo apresentado possibilita a avaliação qualitativa de uma variedade de situações possíveis. Entretanto, trata-se de um modelo simples que poderá ser sofisticado. Considera-se que neste momento seja necessária uma investigação experimental que pudesse ser comparada aos resultados numéricos abrindo novas abordagens que poderiam ser exploradas em trabalhos futuros.

Referências Bibliográficas

- Barwell F.T., **Lubrication Problems - The Selection of Mathematical Models, Finite Elements in Fluids**, v.2, *John Wiley & Sons*, New York, 1983.
- Becker E.B., Carey, G.F., Oden, J.T., **Finite elements: An Introduction**, *Prentice-Hall Inc.*, 1981.
- Burmeister L.C., **Convective Heat Transfer**, *John Wiley & Sons*, New York, 1983.
- Cameron A., **The Principles of Lubrication**, *Longmass Green and Co. Ltd.*, London, 1966.
- Cline A. K., C. B. Moler, G. B. Moler, G. W. Stewart and J.H. Wikinson, **An Estimative for the Condition Number of a Matrix**, *SIAM Journal of Numerical Analysis*, v.16, p.368-375, 1979.
- Deschamps, C, “Código computacional para simulação de escoamentos compressíveis em canalizações”, contato pessoal, UFSC-NRVA, 2001.
- Dongarra J. J., J. R. Bunch, C. B. Moler, and G. W. Stewart, **LINPACK User's Guide**, *SIAM*, Philadelphia, 1979.
- Dowson D., **Inertia Effects in Hydrostatic Thrust Bearings**, *Transactions ASME, Journal of Basic Engineering*, v. 83, p.227-234, 1961.

- El-Sherbiny M., Salen F., El-Hefnawy N., **Optimum Design of Hydrostatic Journal Bearings. Part 2: Minimum Power**, *Tribology International*, v.17, p.162-166, 1984.
- Ergun S., **Fluid Flow Through Packed Columns**, *Chem. Eng. Progress*, v.48, p.89-94, 1952.
- Fourka M., Bonis M., **Comparison Between Externally Pressurized Gas Thrust Bearings With Different Orifice and Porous Feeding Systems**, *Wear*, v.210, p.311-317, 1997.
- Freitas D.S., Prata A.T. e Ferreira R., **Mancal Pneumático para Compressores de Refrigeração**, *Relatório Técnico UFSC/EMBRACO*, Florianópolis, 1999.
- Freitas D.S. e Prata A.T., **Modelagem e Simulação de Mancais Aerostáticos Duplo-Esféricos**, *RBCM-Journal of the Braz. Soc. Mechanical Sciences*, v.XX, p.126-142, 1998.
- Harleman D. R. E., Mehlhorn P. F., and Rumer R. R., **Dispersion-Permeability Correlation in Porous Media**, *J. Hydraul. Div. Amer. Soc. Civil Eng.* N° HY2, v.89, p.67-85, 1963.
- Ho Y. S., Chen N. N. S., **Performance Characteristics of a Capillary-Compensated Hydrostatic Journal Bearing**, *Wear*, v.52, p.285-295, 1979.
- Huebner K.H., **Finite Element Analysis of Fluid Film Lubrication- A Survey**, *Finite Elements in Fluids*, v.2, *John Wiley & Sons*, New York, 1983
- Irmay S., **Flow of Liquid thorough Cracked Media**, *Bull. Res. Council of Israel* N° 1, 5A, v.84, 1955.
- John J. E. A., **Gas Dynamics**, *Allyn and Bacon Inc.*, Massachussetts, 1984.

- Kakaç S., Shah R. K. and Aung W., **Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer**, John Wiley & Sons, New York, 1987.
- Kassab S. Z., Noureldeen E. M., Shawky M. A., **Effects of Operating Conditions and Supply Hole Diameter on the Performance of a Rectangular Aerostatic Bearing**, *Tribology International*, v.30, p.533-545, 1997.
- Kennedy J. S., Sinha P., Radkiewicz Cz. M., **Thermal Effects in Externally Pressurized Conical Bearings with Variable Viscosity**, *Transactions ASME, Journal of Tribology*, p.201-211, 1988.
- Mohsin M. E., **The use of Controlled Restrictors for Compensating Hydrostatic Bearings**, *Tool Des. and Res.*, Proc. 3rd Int. MTDR Conf. Birmingham, p.429-442, 1962.
- Parson R. W., **Permeability of Idealized Fractured Rock**, *J. Soc. Petrol. Eng.*, v.6, p.126-136, 1996.
- Prata A.T., **Lubrificação Hidrodinâmica de Mancais Radiais**, *Apostila do Curso de Lubrificação*, Florianópolis, 1992.
- Rao S. S., **The Finite Element Method in Engineering**, Pergamon Press, New York, 1989.
- Rowe W. B., Xu S. X., Chang F. S., Weston W., **Hybrid Journal Bearings**, *Tribology International*, v.15, p.339-348, 1982.
- Tian Y., **Static Study of the Porous Bearings by Simplified Finite Element Analysis**, *Wear*, v.218, p.203-209, 1998.
- Yoshimoto S., Tamura J. e Nakamura T., **Dynamic Tilt Characteristics of Aerostatic Rectangular Double-Pad Thrust Bearings with Compound Restrictors**, *Tribology International*, v.32, p.731-738, 1999.

Apêndice A

EQUAÇÃO DE REYNOLDS

Para a dedução da equação de Reynolds que descreve a lubrificação hidrodinâmica, são assumidas as hipóteses simplificativas apresentadas na secção 2.2.1 do Capítulo 2. Com exceção da hipótese (iii), as demais aproximações nem sempre são válidas. Entretanto, na presente aplicação consideram-se razoáveis todas as considerações que foram propostas. Acredita-se que a hipótese (vii) seja a mais difícil de ser justificada, pois a viscosidade do fluido é consideravelmente afetada por variações de temperatura. Esta hipótese será mantida por simplicidade uma vez que o comportamento térmico do pistão não está sendo considerado.

A equação da lubrificação será deduzida para um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais mostrado na Figura A.1,

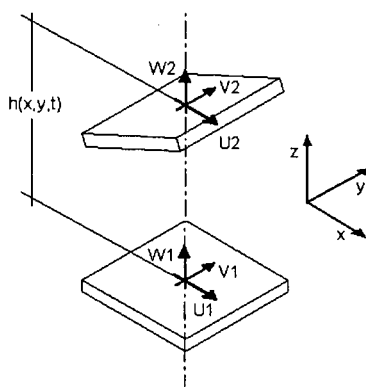


Figura A.1 – Geometria utilizada na dedução da equação de Reynolds.

Conforme apresentado na Figura A.1, são consideradas duas superfícies sólidas deslizantes separadas por um filme lubrificante; $h(x,y,t)$ é a espessura deste filme ao longo de toda a extensão superficial. Adicionalmente, $h(x,y,t)$ é significativamente menor que as demais dimensões consideradas. Sendo assim, a equação da conservação da quantidade de movimento, sujeita as hipóteses listadas, torna-se:

$$\vec{\nabla} P = \mu \nabla^2 \vec{u} \quad (\text{A.1})$$

sendo P a pressão, μ a viscosidade do lubrificante e \vec{u} o vetor velocidade dado pelas componentes u , v e w nas direções x , y e z respectivamente. Pode-se rescrever a equação (A.1) para as direções x e y como segue:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (\text{A.3})$$

Mas,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \ll \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad \text{e} \quad \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \approx \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \ll \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (\text{A.4})$$

então,

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (\text{A.6})$$

Integrando a primeira equação (A.5) ao longo da espessura de lubrificante, tem-se,

$$u = \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \frac{z^2}{2} + C_1 z + C_2 \quad (\text{A.7})$$

Aplicando as condições de contorno apresentadas na Figura A.1, chega-se a

$$C_1 = \left(\frac{U2 - U1}{h} \right) - \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \frac{h}{2} \text{ e } C_2 = U1 \quad (\text{A.8})$$

Substituindo as expressões de C_1 e C_2 na expressão (A.7) obtêm-se,

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} (z^2 - zh) + (U2 - U1) \frac{z}{h} + U1 \quad (\text{A.9})$$

O mesmo procedimento pode ser adotado para a equação (A.6) resultando,

$$v = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial y} (z^2 - zh) + (V2 - V1) \frac{z}{h} + V1 \quad (\text{A.10})$$

Sabendo ainda que,

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.11})$$

e integrando a equação anterior em relação a z resulta em,

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^h \rho u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^h \rho v dz + \int_0^h \rho \frac{\partial w}{\partial z} dz = 0 \quad (\text{A.12})$$

ou

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\rho h \left(\frac{U2 + U1}{2} \right) - \frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\rho h \left(\frac{V2 + V1}{2} \right) - \frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial y} \right] + \rho (W2 - W1) = 0 \quad (\text{A.13})$$

Rearranjando os termos da equação anterior, tem-se,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho h^3 \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho h^3 \frac{\partial P}{\partial y} \right) = 6\mu \left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho h(U_2 - U_1)) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho h(V_2 - V_1)) + 2\rho(W_2 - W_1) \right] \quad (\text{A.14})$$

No presente texto, é utilizado o sistema de coordenadas cilíndricas. Assim,

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{1}{R} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \quad \text{e} \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2}$$

resultando,

$$\begin{aligned} \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho h^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho h^3 \frac{\partial P}{\partial y} \right) = \\ = 6\mu \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\rho h(U_2 - U_1)}{R} \right) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho h(V_2 - V_1)) + 2\rho(W_2 - W_1) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Considerando-se o fluido lubrificante um gás perfeito, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(P h^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(P h^3 \frac{\partial P}{\partial y} \right) = \\ 6\mu \left[\frac{(U_2 - U_1)}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} (Ph) + (V_2 - V_1) \frac{\partial}{\partial y} (Ph) + 2P(W_2 - W_1) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Apêndice B

ESPESSURA DO FILME FLUIDO

Como apresentado na secção 2.2.3 do Capítulo 2, a espessura local do filme lubrificante deve ser determinada a partir das excentricidades do topo e saia do pistão. Estas excentricidades podem ser observadas na figura B.1. Pode-se então construir uma relação entre espessura do filme lubrificante e as posições axiais e radiais do pistão.

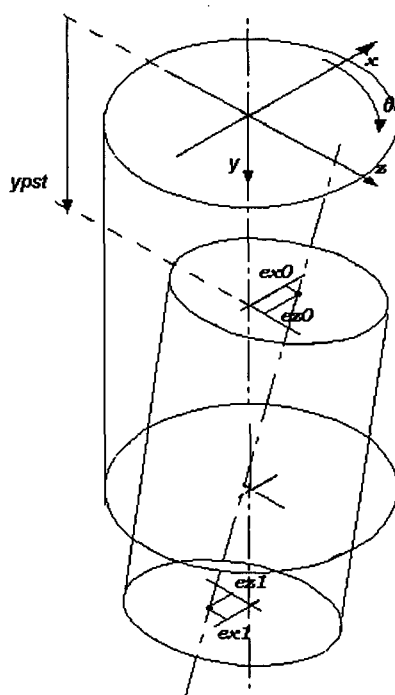


Figura B.1 – Geometria utilizada para dedução da expressão da espessura local do filme lubrificante.

A espessura local do filme lubrificante deverá ser determinada para um plano genérico \overline{xz} e corrigida para a posição y correspondente. Pode-se avaliar a espessura do filme lubrificante em um plano qualquer fazendo uso da Figura B.2, a seguir.

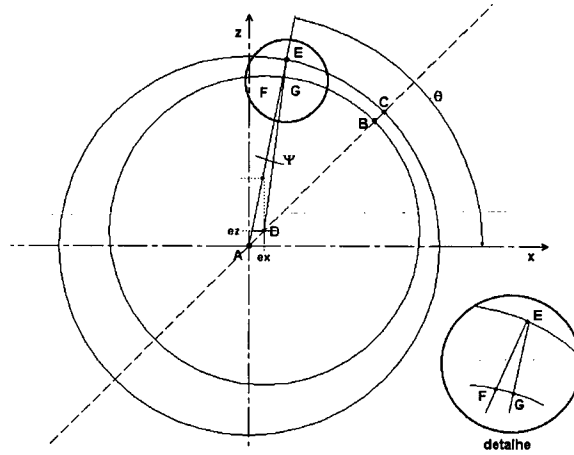


Figura B.2 – Posicionamento do pistão em um plano genérico.

A espessura mínima do filme lubrificante é dada por:

$$\begin{aligned} h_{\min} &= \overline{AC} - \overline{AB} = R_{\text{cilindro}} - (R_{\text{pistão}} + e) \\ h_{\min} &= c - e \\ h_{\min} &= c(1 - \varepsilon) \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

Considerando que a excentricidade do pistão, e , é da ordem de décimos da folga radial, c , e, ainda, que o ângulo dado pelos segmentos \overline{EF} e \overline{EG} é suficientemente pequeno para que $\tan(\psi) = \psi$, obtêm-se:

$$h(\theta) = c(1 - \varepsilon_x \cos \theta - \varepsilon_z \sin \theta) \quad (\text{B.2})$$

A espessura do filme lubrificante no plano genérico, expressão (B.2), deverá ser corrigida para a posição y onde se deseja determinar. Essa correção é feita utilizando-se as relações dadas pela Figura B.3.

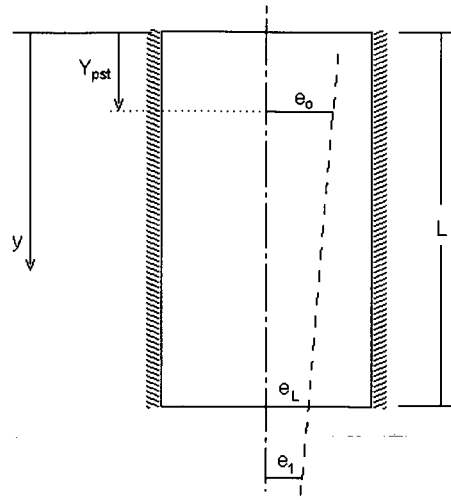


Figura B.3 – Geometria para correção da espessura do filme lubrificante.

Assim, tem-se,

$$y = y_{pst}, e = e_o \quad (B.3)$$

$$y = L, e = e_L \quad (B.4)$$

$$e_L = e_o + e_o(y_{pst}/L) \quad (B.5)$$

Pode-se então obter uma relação para a excentricidade local dada por

$$e(y) = Ay + B \quad (B.6)$$

onde,

$$A = \frac{(e_o - e_L)}{(y_{pst} - L)} \quad (B.7)$$

e

$$B = e_o - \frac{(e_o - e_L)}{(y_{pst} - L)} y_{pst} \quad (B.8)$$

Substituindo, as expressões (B.5), (B.7) e (B.8) na expressão (B.6) resulta,

$$e(y) = \left(1 - \frac{y}{L} + \frac{y_{pst}}{L}\right) e_o + \left(\frac{y - y_{pst}}{L - y_{pst}}\right) e_1 \quad (\text{B.9})$$

ou,

$$\varepsilon(y) = \left(1 - \frac{y}{L} + \frac{y_{pst}}{L}\right) \varepsilon_o + \left(\frac{y - y_{pst}}{L - y_{pst}}\right) \varepsilon_1 \quad (\text{B.10})$$

A expressão para a excentricidade local, expressão (B.10), pode ser substituída na expressão (B.2), resultando.

$$h(\theta, y) = c \left\{ 1 - \left[\left(1 - \frac{y}{L} + \frac{y_{pst}}{L}\right) \varepsilon_o + \left(\frac{y - y_{pst}}{L - y_{pst}}\right) \varepsilon_1 \right] \right\} \quad (\text{B.11})$$

ou,

$$h(\theta, y) = c \left\{ 1 - \left[\left(1 - \frac{y}{L} + \frac{y_{pst}}{L}\right) (\varepsilon_{xo} \cos \theta + \varepsilon_{zo} \sin \theta) + \left(\frac{y - y_{pst}}{L - y_{pst}}\right) (\varepsilon_{x1} \cos \theta + \varepsilon_{z1} \sin \theta) \right] \right\} \quad (\text{B.12})$$

Apêndice C

ADIMENSIONALIZAÇÕES

A equação de Reynolds, equação (2.2), deverá ser resolvida sobre todo o domínio computacional. Para facilitar a implementação computacional das equações do fenômeno físico, optou-se por adimensionalizar as equações. São assumidas as variáveis adimensionais dadas pelas expressões (2.11) a (2.14). Pode-se escrever,

$$\frac{\partial P}{\partial \theta} = \frac{2p}{P_{comp}^2} \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad (C.1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{2p}{P_{comp}^2} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (C.2)$$

$$p = P_{comp} \sqrt{P} \quad (C.3)$$

$$h = Hc \quad (C.4)$$

Substituindo as expressões (C.1) a (C.4) na equação (2.2), tem-se,

$$\begin{aligned} \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(pH^3 c^3 \frac{P_{comp}^2}{2p} \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(pH^3 c^3 \frac{P_{comp}^2}{2p} \frac{\partial P}{\partial y} \right) &= 6\mu V_p \frac{\partial}{\partial y} (P_{comp} H c \sqrt{P}) \\ + 12\mu c P_{comp} \sqrt{P} \frac{\partial H}{\partial t} - 12\mu \mathcal{R} T \frac{\dot{m}_f}{A_f} \end{aligned} \quad (C.5)$$

Sabendo que $y = y^* L$, pode-se escrever para uma variável genérica

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial \phi}{\partial y^*} \frac{\partial y^*}{\partial y} = \frac{1}{L} \frac{\partial \phi}{\partial y^*} \quad (C.6)$$

e

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{1}{L^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^{*2}} \quad (C.7)$$

A equação (C.5) pode ser rescrita como

$$\begin{aligned} \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(pH^3 c^3 \frac{P_{comp}^2}{2p} \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{L^2} \frac{\partial}{\partial y^*} \left(pH^3 c^3 \frac{P_{comp}^2}{2p} \frac{\partial P}{\partial y^*} \right) &= 6\mu V_p \frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial y^*} (P_{comp} H c \sqrt{P}) \\ + 12\mu c P_{comp} \sqrt{P} \frac{\partial H}{\partial t} - 12\mu \mathcal{R} T \frac{\dot{m}_{furo}}{A_{furo}} \end{aligned} \quad (C.8)$$

Dividindo ambos os lados da igualdade por $\frac{P_{comp}^2 c^3}{2R^2}$, obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial y^*} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial y^*} \right) &= \frac{12\mu V_p R^2}{c^2 L P_{comp}} \frac{\partial}{\partial y^*} (H \sqrt{P}) \\ + \frac{24\mu R^2}{c^2 P_{comp}} \sqrt{P} \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{24\mu \mathcal{R} T R^2}{c^3 P_{comp}^2} \frac{\dot{m}_{furo}}{A_{furo}} \end{aligned} \quad (C.9)$$

Substituindo as expressões (2.14), (2.17) e (2.18) na equação (C.9), tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial y} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial y} \right) = \Lambda \frac{\partial}{\partial y} (H \sqrt{P}) + \sqrt{P} \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{RL}{m_{ref}} \frac{\dot{m}_{furo}}{A_{furo}} \quad (C.10)$$

Adicionalmente, a expressão para a espessura local do filme lubrificante, (2.10), pode ser adimensionalizada fazendo-se uso da expressão (C.4) e identificando-se que $y = y^* L$ e $y_{pst} = y_{pst}^* L$, resultando,

$$H(\theta, y^*) = 1 - \left(1 - y^* + y_{pst}^* \right) \varepsilon_o - \left(\frac{y^* - y_{pst}^*}{1 - y_{pst}^*} \right) \varepsilon_1 \quad (C.11)$$

Apêndice D

ALGORITMO DE SOLUÇÃO

Apresentadas as metodologias de solução, tanto para o problema de lubrificação aerodinâmica, bem como para a dinâmica do pistão, resta agora explorar o algoritmo de solução associado a estas metodologias.

O problema da lubrificação aerodinâmica, consiste em determinar o campo de pressões que equilibra os esforços externos aplicados ao pistão pneumático. Para tanto, é necessária a determinação das acelerações do pistão, $\dot{\varepsilon}_x$, $\dot{\varepsilon}_z$, a cada instante de tempo. O algoritmo responsável pela determinação destas taxas é apresentado a seguir.

1. Geração da malha

1.1. Definição dos parâmetros geométricos

- 1.1.1. Diâmetro do pistão
- 1.1.2. Comprimento do pistão
- 1.1.3. Curso do pistão
- 1.1.4. Número de orifícios de alimentação
- 1.1.5. Diâmetro dos orifícios de alimentação
- 1.1.6. Posicionamento dos orifícios de alimentação

1.2. Definição dos parâmetros da malha

- 1.2.1. Número de elementos circunferenciais
- 1.2.2. Número de elementos axiais
- 1.2.3. Número de elementos axiais ao longo do curso do pistão

1.3. Determinação das coordenadas dos pontos nodais, vetores x e y

1.4. Triangulação dos elementos (Delaunay)

1.5. Determinação das coordenadas dos pontos nodais secundários

1.6. Adimensionalização de todas as coordenadas

2. Inicialização do processo iterativo

2.1. Excentricidades iniciais, ϵ_{x0} , ϵ_{z0} , ϵ_{x1} , ϵ_{z1}

2.2. Leitura do arquivo de dados

- 2.2.1. Pressão de Condensação
- 2.2.2. Pressão de evaporação
- 2.2.3. Temperatura de descarga
- 2.2.4. Ângulo de aplicação do carregamento
- 2.2.5. Posição de aplicação do carregamento
- 2.2.6. Largura dos capilares
- 2.2.7. Profundidade dos capilares
- 2.2.8. Tempo de simulação
- 2.2.9. Intervalo de tempo
- 2.2.10. Diâmetro do pistão
- 2.2.11. Comprimento do Pistão
- 2.2.12. Folga radial
- 2.2.13. Número de orifícios de alimentação
- 2.2.14. Diâmetro dos orifícios de alimentação

2.3. Campo de pressões iniciais $(P_{suc}/P_{comp})^2$

3. Processo iterativo

3.1. Caracterização do posicionamento do pistão

- 3.1.1. Volume da câmara de compressão
- 3.1.2. Velocidade de oscilação do pistão

3.2. Determinação da matriz elementar K para todos os elementos

- 3.2.1. Determinação das funções de interpolação nos pontos nodais
- 3.2.2. Cálculo do determinante da matriz Jacobiana de transformação de coordenadas
- 3.2.3. Espessura local do filme lubrificante nos pontos nodais

3.3. Aplicação das condições de contorno

- 3.3.1. Continuidade circunferencial
- 3.3.2. Prescrição de pressões axiais em $y^* = 0$ e $y^* = 1$

3.4. Decomposição LU da matriz elementar K

3.5. Determinação das taxas $\dot{\epsilon}_x, \dot{\epsilon}_z$

3.5.1. Carregamento externo

- F_{0x} e F_{0z}
- M_{0x} e M_{0z}

3.5.2. Cálculo do campo de pressões

- Determinação dos termos fonte da equação
 - Fluxo mássico insuflado
 - Efeito de filme espremido
 - Efeito do deslocamento do pistão
- Determinação do vetor elementar f
- Solução do sistema $K P = f$ para todos os elementos
- Verificação da convergência do campo de pressões

3.5.3. Cálculo das forças hidrodinâmicas

- Integração do campo de pressões
 - F_x e F_z
 - M_x e M_z

3.5.4. Recalcula os itens (3.5.2) e (3.5.3) assumindo

- $P_1 = (\epsilon_{x0}^o, \epsilon_{z0}^o, \epsilon_{x1}^o, \epsilon_{z1}^o)$
- $P_2 = (\epsilon_{x0}^o + \delta\epsilon_{x0}^o, \epsilon_{z0}^o, \epsilon_{x1}^o, \epsilon_{z1}^o)$

- $P_3 = (\varepsilon_{x0}^o, \varepsilon_{z0}^o + \delta\varepsilon_{z0}^o, \varepsilon_{x1}^o, \varepsilon_{z1}^o)$
- $P_4 = (\varepsilon_{x0}^o, \varepsilon_{z0}^o, \varepsilon_{x1}^o + \delta\varepsilon_{x1}^o, \varepsilon_{z1}^o)$
- $P_5 = (\varepsilon_{x0}^o, \varepsilon_{z0}^o, \varepsilon_{x1}^o, \varepsilon_{z1}^o + \delta\varepsilon_{z1}^o)$

3.5.5. Inversão do problema

- Com os esforços hidrodinâmicos calculados no item (3.5.4), determina-se o equilíbrio dinâmico e assim as respectivas taxas que fecham o problema

3.6. Verificação da conservação da massa

3.6.1. Integração dos fluxos de massa que deixam o domínio em $y^* = 0$ e $y^* = 1$

3.6.2. Integração do fluxo de massa insuflado nos orifícios de alimentação

3.7. Determinação da nova posição do pistão

3.7.1. $\varepsilon_{x0} = \varepsilon_{x0} + \varepsilon_{x0}^o \Delta t$

3.7.2. $\varepsilon_{z0} = \varepsilon_{z0} + \varepsilon_{z0}^o \Delta t$

3.7.3. $\varepsilon_{x1} = \varepsilon_{x1} + \varepsilon_{x1}^o \Delta t$

3.7.4. $\varepsilon_{z1} = \varepsilon_{z1} + \varepsilon_{z1}^o \Delta t$

4. Armazenamento dos resultados

4.1. Campo de pressões

4.2. Pressão e fluxo de massa nos orifícios de alimentação

4.3. Excentricidades

5. Retorna ao item (3.), até que o tempo final de solução seja atingido

6. Fim da simulação

Apêndice E

EXEMPLO DE APLICAÇÃO

No capítulo 3 foi introduzida a metodologia numérica empregada para a solução da equação de Reynolds. Foram apresentados alguns aspectos matemáticos envolvidos na determinação da solução. Entretanto, com o intuito de esclarecer eventuais dúvidas, será apresentada a metodologia de solução de um problema físico simplificado.

O exemplo escolhido foi o problema de difusão bidimensional de uma variável genérica Π . Neste exemplo será utilizada a discretização do domínio em elementos triangulares e funções de interpolação lineares, de modo a simplificar a metodologia aplicada.

Considere o problema físico descrito pela figura E.1, a seguir.

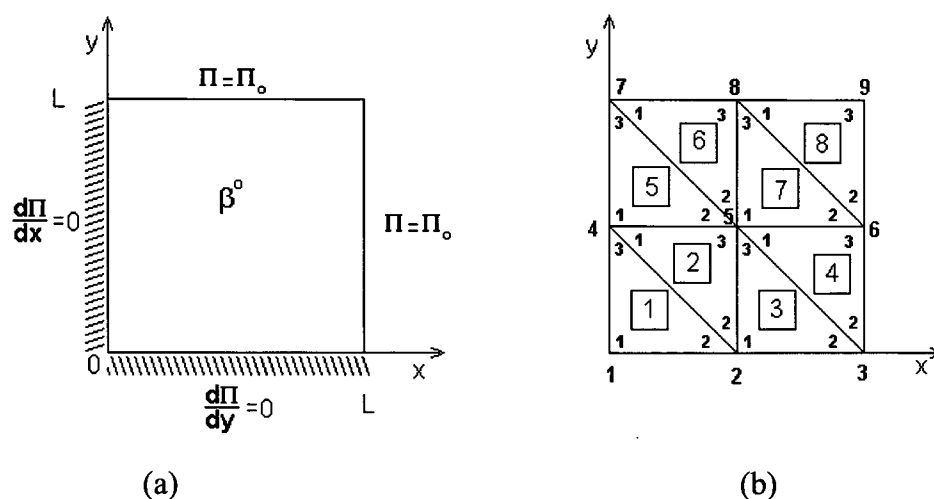


Figura E.1 – Domínio de Solução (a), discretização (b).

A equação que governa o fenômeno físico apresentado na figura E.1(a), é dada por,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\eta \frac{\partial \Pi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial \Pi}{\partial y} \right) + \dot{\beta} = 0 \quad (\text{E.1})$$

submetida as seguintes condições de contorno,

$$\begin{aligned} \Pi(x, L) &= \Pi_o \\ \Pi(L, y) &= \Pi_o \\ \left. \frac{\partial \Pi}{\partial x} \right|_{x=0} &= 0 \\ \left. \frac{\partial \Pi}{\partial y} \right|_{y=0} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

Integrando o resíduo sobre um domínio elementar, com funções teste $v(x, y)$ adequadas,

$$\int_{\Omega_e} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial y} \right) + \frac{\dot{\beta}}{\eta} \right] v(x, y) dx dy = 0 \quad (\text{E.3})$$

e sabendo que,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial \Pi}{\partial x} \right) = \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial \Pi}{\partial x} + v \frac{\partial^2 \Pi}{\partial x^2} \quad \text{e} \quad \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial \Pi}{\partial y} \right) = \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial \Pi}{\partial y} + v \frac{\partial^2 \Pi}{\partial y^2} \quad (\text{E.4})$$

a equação (E.3) fica:

$$\int_{\Omega_e} \left[\frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial \Pi}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial \Pi}{\partial y} \right] dx dy = \int_{\Omega_e} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial \Pi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial \Pi}{\partial y} \right) \right] dx dy + \int_{\Omega_e} \left[\frac{\dot{\beta}}{\eta} v \right] dx dy \quad (\text{E.5})$$

Como foi apresentado no item 3.3.1, a integral

$$\Omega_e \int \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial \Pi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial \Pi}{\partial y} \right) \right] dx dy = 0 \quad (\text{E.6})$$

é nula para todos os elementos do domínio. Assim,

$$\Omega_e \int \left[\frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial \Pi}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial \Pi}{\partial y} \right] dx dy = \Omega_e \int \left[\frac{\beta}{\eta} v \right] dx dy \quad (\text{E.7})$$

onde as funções teste (v) e tentativa (Π) são dadas por

$$\Pi_h^e(x, y) = \sum_{j=1}^3 \Pi_j^e N_j^e(x, y) \quad (\text{E.8})$$

e

$$v_h^e(x, y) = \sum_{j=1}^3 v_j^e N_j^e(x, y) \quad (\text{E.9})$$

Deve-se definir as funções de forma (N) para o elemento triangular padrão apresentado na figura E.2, a seguir.

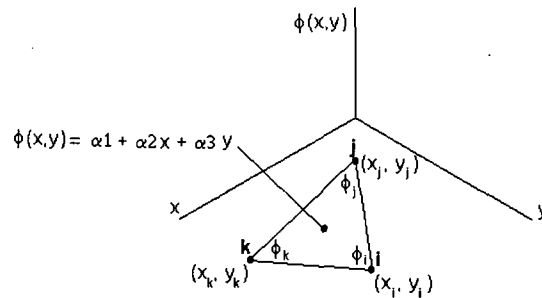


Figura E.2 – Funções de interpolação para um elemento triangular.

Seja a variável genérica ϕ , onde

$$\begin{aligned} \phi(x, y) &= \phi_i \text{ para } (x=x_i, y=y_i) \\ \phi(x, y) &= \phi_j \text{ para } (x=x_j, y=y_j) \\ \phi(x, y) &= \phi_k \text{ para } (x=x_k, y=y_k) \end{aligned} \quad (\text{E.10})$$

nas quais,

$$\begin{aligned}\phi_i &= \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i \\ \phi_j &= \alpha_1 + \alpha_2 x_j + \alpha_3 y_j \\ \phi_k &= \alpha_1 + \alpha_2 x_k + \alpha_3 y_k\end{aligned}\tag{E.11}$$

A solução do sistema linear (E.11), será

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \frac{1}{2A} (a_i \phi_i + a_j \phi_j + a_k \phi_k) \\ \alpha_2 &= \frac{1}{2A} (b_i \phi_i + b_j \phi_j + b_k \phi_k) \\ \alpha_3 &= \frac{1}{2A} (c_i \phi_i + c_j \phi_j + c_k \phi_k)\end{aligned}\tag{E.12}$$

onde,

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (x_i y_j + x_j y_k + x_k y_i - x_i y_k - x_j y_i - x_k y_j)$$

$$\begin{aligned}a_i &= x_j y_k - x_k y_j \\ a_j &= x_k y_i - x_i y_k \\ a_k &= x_i y_j - x_j y_i \\ b_i &= y_j - y_k \\ b_j &= y_k - y_i \\ b_k &= y_i - y_j \\ c_i &= x_k - x_j \\ c_j &= x_i - x_k \\ c_k &= x_j - x_i\end{aligned}\tag{E.13}$$

Pode-se então escrever

$$\phi(x, y) = [N(x, y)] \vec{\phi}^e\tag{E.14}$$

onde,

$$\begin{aligned} N_i(x,y) &= \frac{1}{2A}(a_i + b_i x + c_i y) \\ N_j(x,y) &= \frac{1}{2A}(a_j + b_j x + c_j y) \\ N_k(x,y) &= \frac{1}{2A}(a_k + b_k x + c_k y) \end{aligned} \quad (E.15)$$

e

$$\vec{\phi}^e = \begin{bmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_k \end{bmatrix} \quad (E.16)$$

Substituindo as expressões (E.8) e (E.9) na equação (E.7), obtém-se:

$$\sum_{j=1}^3 k_{ij}^e \phi_j^e = P_i^e, \quad i=1,2,3 \quad (E.17)$$

$$K_{ij}^e = \int_{\Omega_e} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) dx dy \quad (E.18)$$

$$P_i^e = \int_{\Omega_e} \frac{\beta}{\eta} N_i dx dy \quad (E.19)$$

Definindo as matrizes [B] e [N] como,

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_j}{\partial x} & \frac{\partial N_k}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_j}{\partial y} & \frac{\partial N_k}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \quad (E.20)$$

$$N = \begin{bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{bmatrix} \quad (E.21)$$

pode-se rescrever,

$$K_{ij}^e = \int_{\Omega_e} [B]^T [B] dx dy \quad (E.22)$$

$$P_i^e = \int_{\Omega_e} \frac{\beta}{\eta} [N] dx dy$$

Assim, as matrizes e vetores elementares serão dadas por:

$$K_{ij}^e = \frac{1}{4A^e} \begin{bmatrix} (b_i^2 + c_i^2) & (b_i b_j + c_i c_j) & (b_i b_k + c_i c_k) \\ (b_i b_j + c_i c_j) & (b_j^2 + c_j^2) & (b_j b_k + c_j c_k) \\ (b_i b_k + c_i c_k) & (b_j b_k + c_j c_k) & (b_k^2 + c_k^2) \end{bmatrix} \quad (E.23)$$

$$P_i^e = \frac{\beta}{\eta} \frac{A^e}{3} \quad (E.24)$$

Deve-se agora indicar as coordenadas dos pontos nodais e a correspondência entre estes pontos a partir de uma numeração global. Tal procedimento é apresentado nas tabelas E.1 e E.2 com base na ilustração mostrada na figura E.1.b.

Tabela E.1 – Coordenadas dos pontos nodais.

Nó	1	2	3	4	5	6	7	8	9
(x,y)	(0,0)	(L/2,0)	(L,0)	(0,L/2)	(L/2,L/2)	(L,L/2)	(0,L)	(L/2,L)	(L,L)

Tabela E.2 – Correspondência entre pontos nodais.

Elemento		1	2	3	4	5	6	7	8
Número do nó pela correspondência local indicada por 1,2,3, figura E.1.b	i	1	4	2	5	4	7	5	8
	j	2	2	3	3	5	5	6	6
	k	4	5	5	6	7	8	8	9

Os parâmetros dados pelas expressões (E.13), são apresentados na tabela E.3 a seguir.

Tabela E.3 – Parâmetros dimensionais.

Elem.	x_i	x_j	x_k	y_i	y_j	y_k	c_k	c_i	c_j	b_k	b_i	b_j	A^e
1	0	L/2	0	0	0	L/2	L/2	-L/2	0	0	-L/2	L/2	$L^2/8$
2	0	L/2	L/2	L/2	0	L/2	L/2	0	-L/2	L/2	-L/2	0	$L^2/8$
3	L/2	L	L/2	0	0	L/2	L/2	-L/2	0	0	-L/2	L/2	$L^2/8$
4	L/2	L	L	L/2	0	L/2	L/2	0	-L/2	L/2	-L/2	0	$L^2/8$
5	0	L/2	0	L/2	L/2	L	L/2	-L/2	0	0	-L/2	L/2	$L^2/8$
6	0	L/2	L/2	L	L/2	L	L/2	0	-L/2	L/2	-L/2	0	$L^2/8$
7	L/2	L	L/2	L/2	L/2	L	L/2	-L/2	0	0	-L/2	L/2	$L^2/8$
8	L/2	L/2	L	L	L/2	L	L/2	0	-L/2	L/2	-L/2	0	$L^2/8$

Pode-se agora montar as matrizes elementares utilizando-se a expressão (E.23) e os parâmetros dimensionais apresentados na tabela E.3.

- Elemento (1).

$$K^1 = \frac{2}{L^2} \begin{bmatrix} \left(\frac{L^2}{4} + \frac{L^2}{4}\right) & \left(-\frac{L^2}{4} + 0\right) & \left(0 - \frac{L^2}{4}\right) \\ & \left(\frac{L^2}{4} + 0\right) & (0 + 0) \\ \text{simetria} & & \left(0 + \frac{L^2}{4}\right) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (E.25)$$

- Elemento (2).

$$K^2 = \frac{2}{L^2} \begin{bmatrix} \left(\frac{L^2}{4} + 0\right) & (0 + 0) & \left(-\frac{L^2}{4} + 0\right) \\ & \left(0 + \frac{L^2}{4}\right) & \left(0 - \frac{L^2}{4}\right) \\ \text{simetria} & & \left(\frac{L^2}{4} + \frac{L^2}{4}\right) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (E.26)$$

O processo para os demais elementos, pode ser repetido de forma similar. Vale ressaltar que os coeficientes as matrizes estão vinculados aos respectivos pontos nodais como segue:

- Elemento (1)

$$K^1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Pi_1 & \Pi_2 & \Pi_3 \\ 2 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \Pi_1 \\ \Pi_2 \\ \Pi_3 \end{matrix}$$

- Elemento (2)

$$K^2 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Pi_4 & \Pi_2 & \Pi_5 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \Pi_4 \\ \Pi_2 \\ \Pi_5 \end{matrix}$$

A matriz global será montada a partir das matrizes elementares efetuando-se a soma dos respectivos coeficientes de cada ponto nodal em cada uma das matrizes elementares. Para tal basta identificar os coeficientes que pertencem à linha e coluna indicadas pela variável do ponto nodal, por exemplo, para o ponto Π_2 , os coeficientes serão 1 para a matriz elementar (1) e 1 para a matriz elementar (2). A seguinte matriz simétrica pode então ser construída.

$$K = \sum_{e=1}^8 K^e = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Pi_1 & \Pi_2 & \Pi_3 & \Pi_4 & \Pi_5 & \Pi_6 & \Pi_7 & \Pi_8 & \Pi_9 \\ \begin{matrix} 2 & -1 & & -1 & & & & & \end{matrix} & \Pi_1 \\ \begin{matrix} -1 & 1+1+2 & -1 & 0+0 & -1-1 & & & & \end{matrix} & \Pi_2 \\ \begin{matrix} & -1 & 1+1 & & 0+0 & -1 & & & \end{matrix} & \Pi_3 \\ \begin{matrix} -1 & 0+0 & & 1+1+2 & -1-1 & & -1 & & \end{matrix} & \Pi_4 \\ \begin{matrix} & -1-1 & 0+0 & -1-1 & 2+1+1+1+1+2 & -1-1 & 0+0 & -1-1 & \end{matrix} & \Pi_5 \\ \begin{matrix} & & -1 & & -1-1 & 2+1+1 & & 0+0 & -1 \end{matrix} & \Pi_6 \\ \begin{matrix} & & & -1 & 0+0 & & 1+1 & -1 & \end{matrix} & \Pi_7 \\ \begin{matrix} & & & & -1-1 & 0+0 & -1 & 2+1+1 & -1 \end{matrix} & \Pi_8 \\ \begin{matrix} & & & & & -1 & & -1 & 2 \end{matrix} & \Pi_9 \end{bmatrix}$$

$$K = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 & & & & & \\ -1 & 4 & -1 & 0 & -2 & & & & \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & -1 & & & \\ -1 & 0 & 0 & 4 & -2 & 0 & -1 & & \\ & -2 & 0 & -2 & 8 & -2 & 0 & -2 & \\ & & -1 & 0 & -2 & 4 & 0 & 0 & -1 \\ & & & -1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ & & & & -2 & 0 & -1 & 4 & -1 \\ & & & & & -1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (E.27)$$

O vetor elementar [P] é montado de maneira semelhante. Agora, porém, os coeficientes do vetor elementar são dados pelo número de elementos em que o ponto nodal é comum; por exemplo, o coeficiente do ponto Π_1 é 1, do ponto Π_9 é 1, do ponto Π_5 é 6 e do ponto Π_6 é 3, obtém-se então,

$$\vec{P} = \sum_{e=1}^8 \vec{P}_e = \frac{\beta L^2}{\eta 24} \begin{Bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \\ 6 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (E.28)$$

É necessário agora incorporar as condições de contorno $\Pi_3 = \Pi_6 = \Pi_7 = \Pi_8 = \Pi_9 = \Pi_{10}$ ao sistema linear global. Isto é feito identificando-se a posição do respectivo coeficiente do ponto nodal ao qual é atribuída a condição de contorno; atribui-se o valor unitário ao coeficiente do ponto nodal e zera-se os demais coeficientes da linha e da coluna. Todos os coeficientes que forem zerados na linha e que são não nulos são compensados no vetor que atribui a respectiva condição de contorno. Tal procedimento é apresentado a seguir para o ponto nodal 3.

$$\begin{bmatrix}
 2 & -1 & 0 & -1 & & & & & \\
 -1 & 4 & 0 & 0 & -2 & & & & \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & & & \\
 -1 & 0 & 0 & 4 & -2 & 0 & -1 & & \\
 & -2 & 0 & -2 & 8 & -2 & 0 & -2 & \\
 & & 0 & 0 & -2 & 4 & 0 & 0 & -1 \\
 & & & -1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\
 & & & & -2 & 0 & -1 & 4 & -1 \\
 & & & & & -1 & 0 & -1 & 2
 \end{bmatrix}
 \begin{Bmatrix}
 \Pi_1 \\ \Pi_2 \\ \Pi_3 \\ \Pi_4 \\ \Pi_5 \\ \Pi_6 \\ \Pi_7 \\ \Pi_8 \\ \Pi_9
 \end{Bmatrix}
 = \frac{\dot{\beta} L^2}{\eta 12}
 \begin{Bmatrix}
 1 \\ 3 \\ 0 \\ 3 \\ 6 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \\ 1
 \end{Bmatrix}
 + \Pi_o
 \begin{Bmatrix}
 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0
 \end{Bmatrix}$$

Como pode ser observado, $\Pi_3 = \Pi_o$. Assim, a condição de contorno é respeitada. O mesmo procedimento é adotado para os demais pontos, resultando no sistema linear dado por,

$$\begin{bmatrix}
 2 & -1 & 0 & -1 & & & & & \\
 -1 & 4 & 0 & 0 & -2 & & & & \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & & & \\
 -1 & 0 & 0 & 4 & -2 & 0 & 0 & & \\
 & -2 & 0 & -2 & 8 & 0 & 0 & 0 & \\
 & & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 & & & & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 & & & & & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{Bmatrix}
 \Pi_1 \\ \Pi_2 \\ \Pi_3 \\ \Pi_4 \\ \Pi_5 \\ \Pi_6 \\ \Pi_7 \\ \Pi_8 \\ \Pi_9
 \end{Bmatrix}
 = \frac{\dot{\beta} L^2}{\eta 12}
 \begin{Bmatrix}
 1 \\ 3 \\ 0 \\ 3 \\ 6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0
 \end{Bmatrix}
 + \Pi_o
 \begin{Bmatrix}
 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 4 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1
 \end{Bmatrix}$$

Pode-se determinar os valores das variáveis genéricas nos pontos nodais resolvendo-se o sistema linear pelo método que for mais conveniente.

Apêndice F

ÓRBITAS DO PISTÃO PNEUMÁTICO

No capítulo 4 foram apresentados diversos resultados sobre o comportamento dinâmico do pistão pneumático. Dentre eles, foram explorados deslocamentos radiais e órbitas do topo e da saia do pistão pneumático. Neste apêndice será apresentado a órbita tridimensional do pistão para os casos avaliados na secção 4.6.

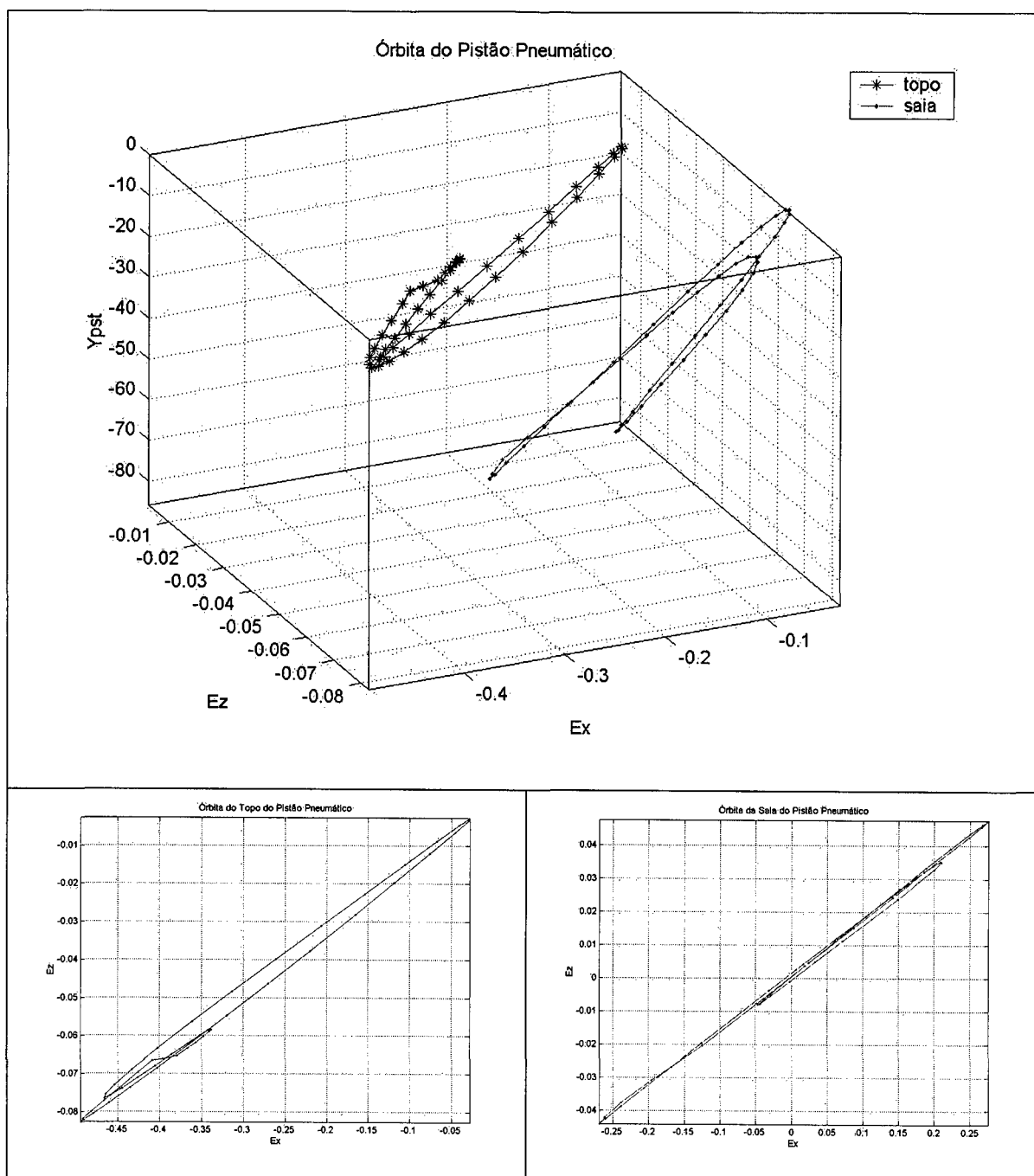


Figura F.1 – Órbita do pistão pneumático para um capilar com 100 μm de largura.

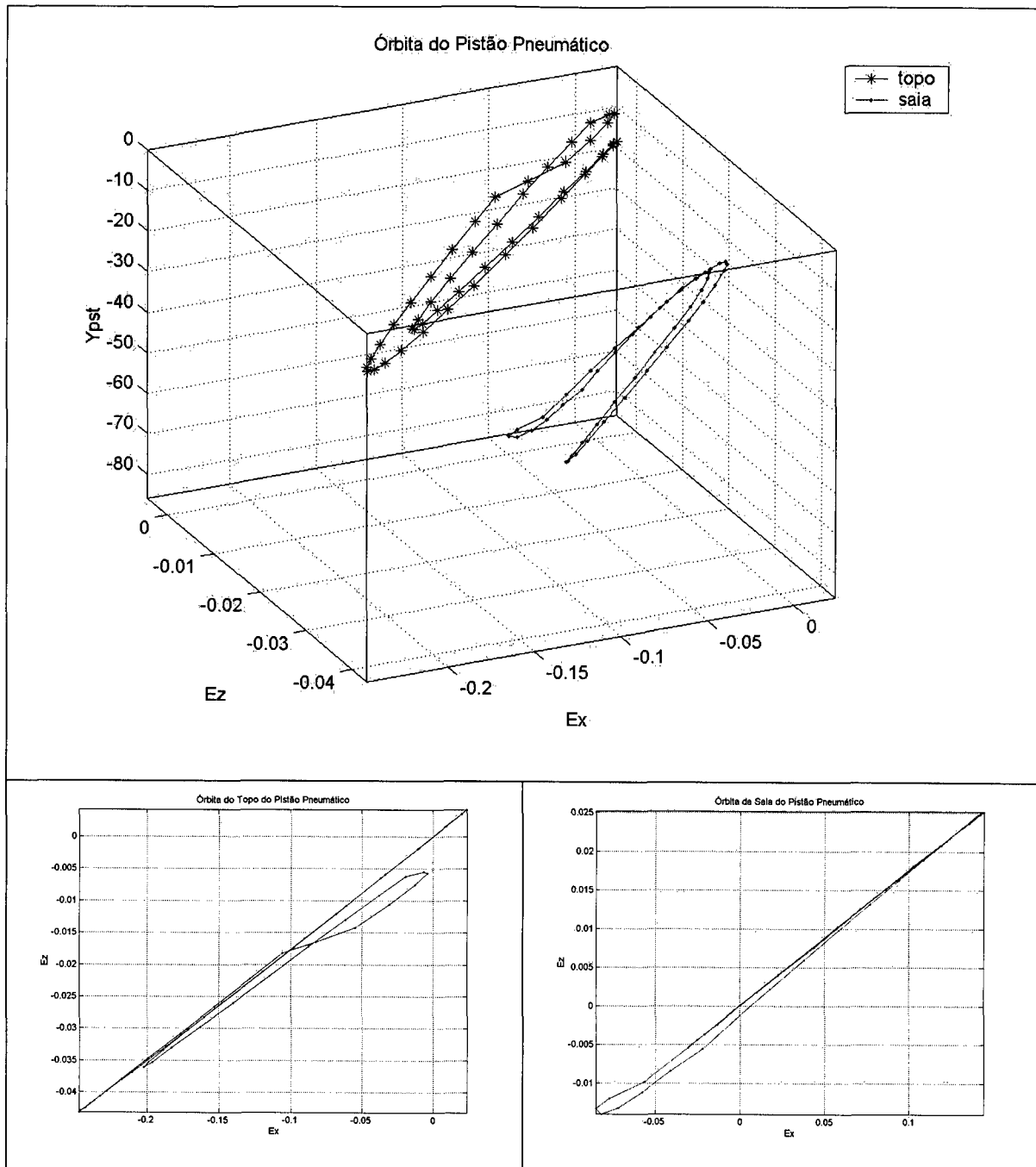


Figura F.2 – Órbita do pistão pneumático para um capilar com 200 μm de largura.

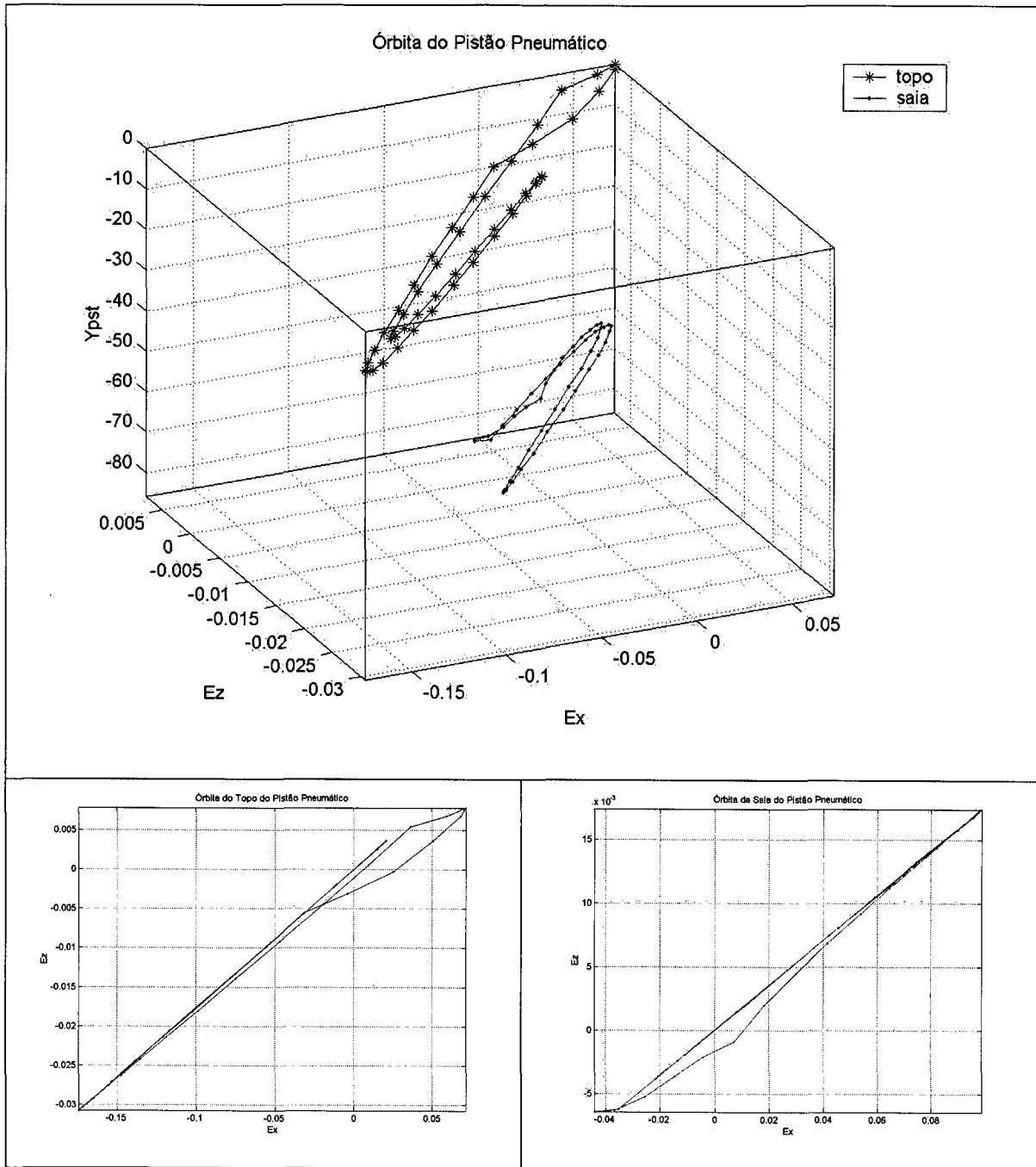


Figura F.3 – Órbita do pistão pneumático para um capilar com 300 μm de largura.

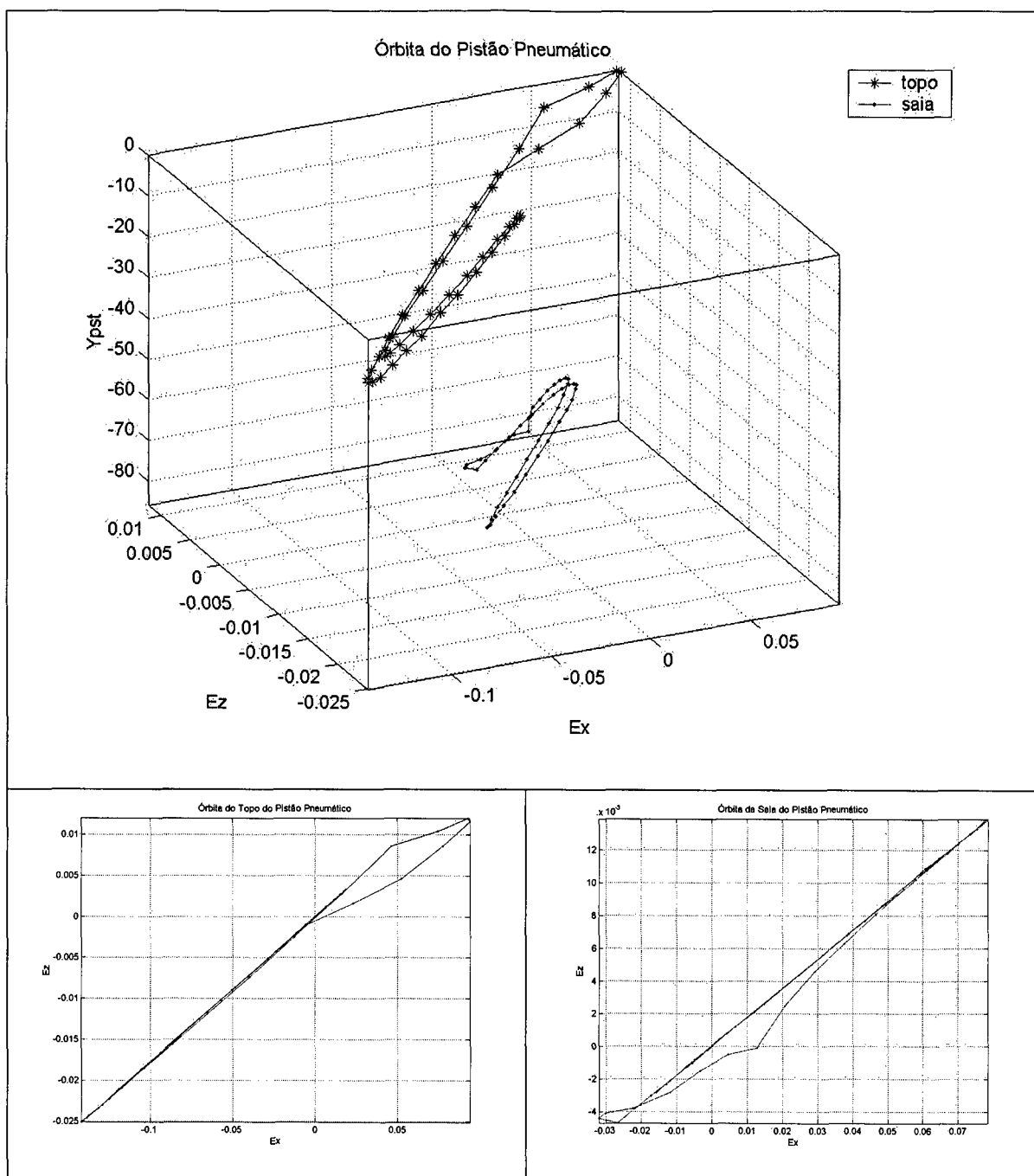


Figura F.4 – Órbita do pistão pneumático para um capilar com 400 μm de largura.

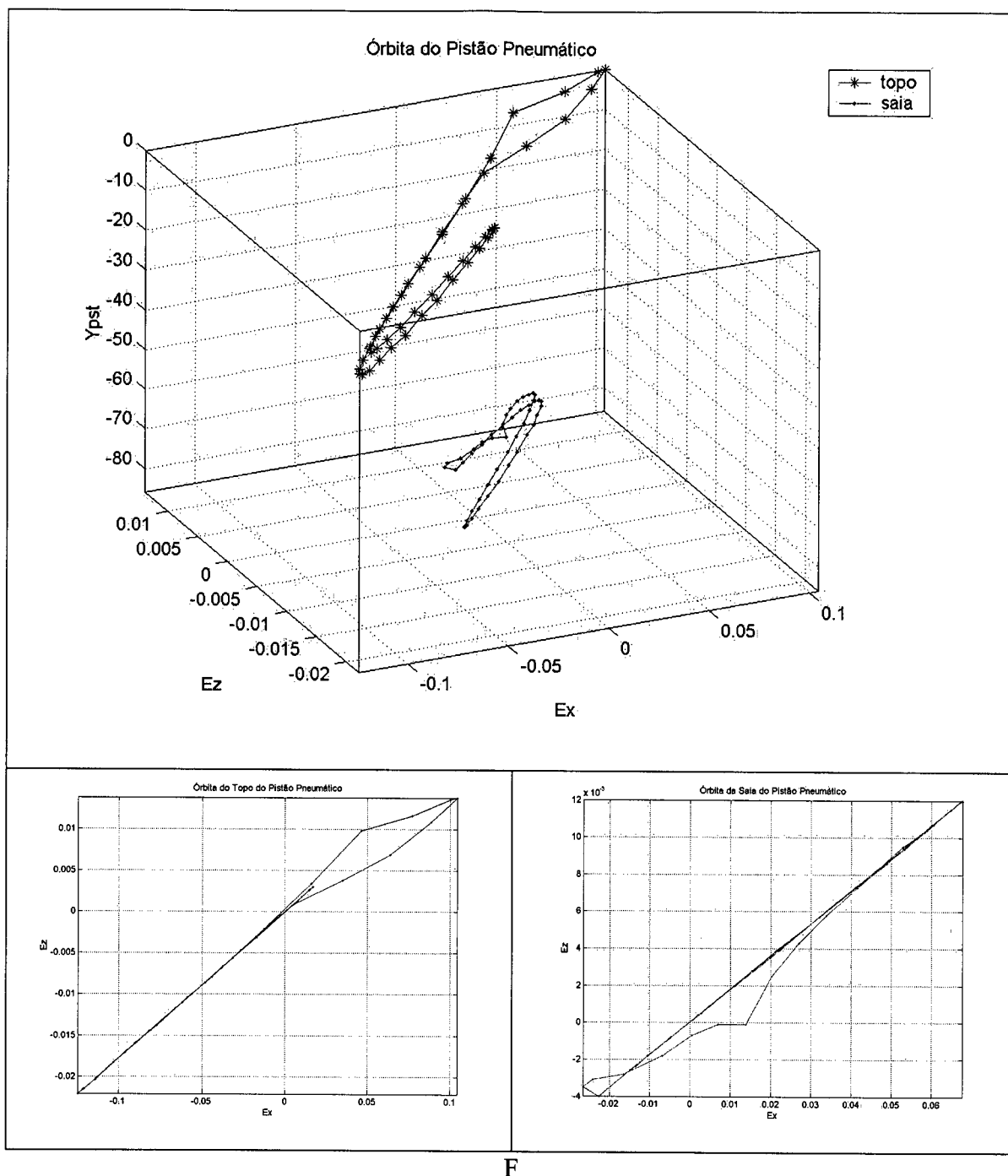


figura F.5 – Órbita do pistão pneumático para um capilar com 500 μm de largura.

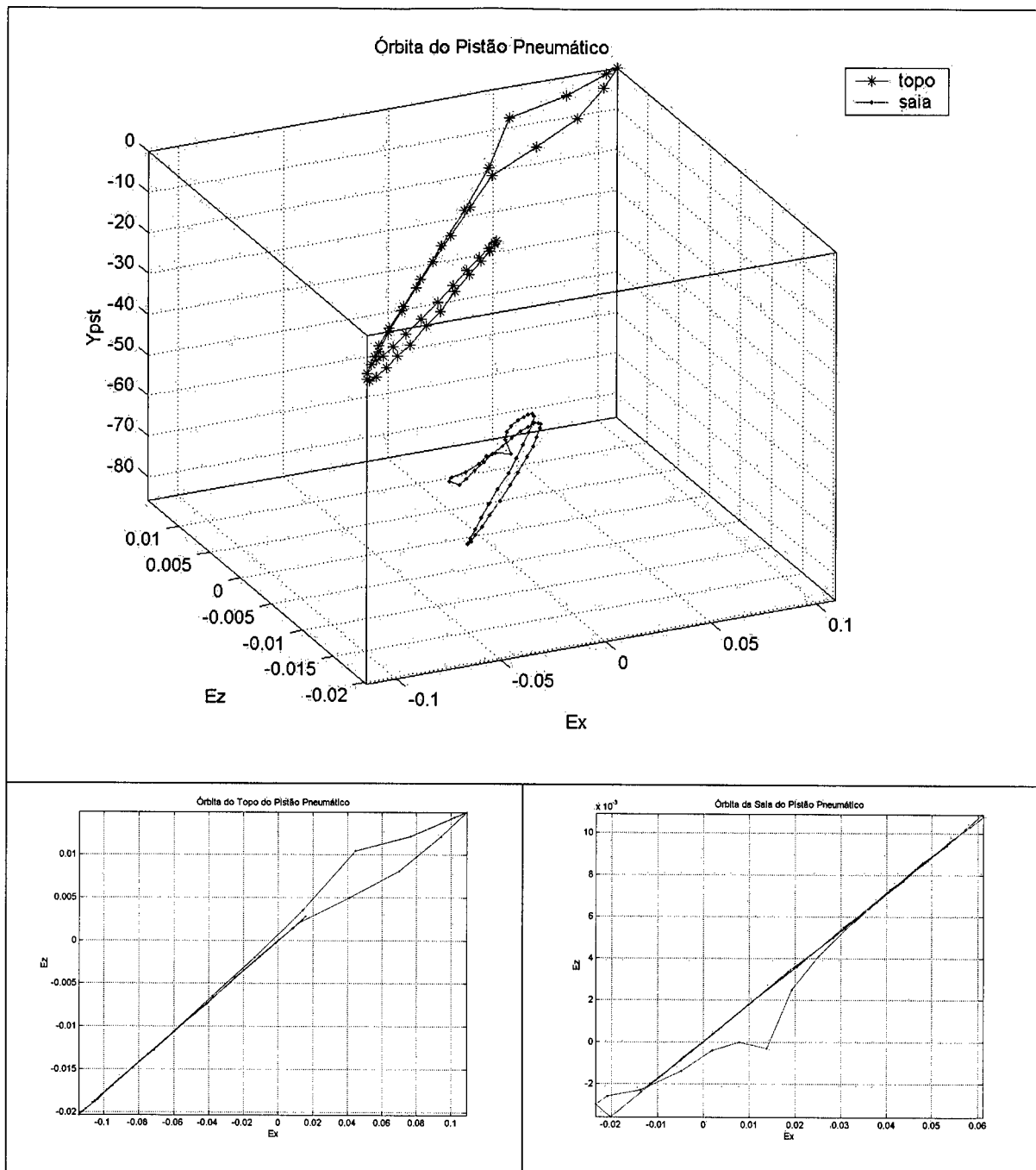


Figura F.6 – Órbita do pistão pneumático para um capilar com 600 μm de largura.

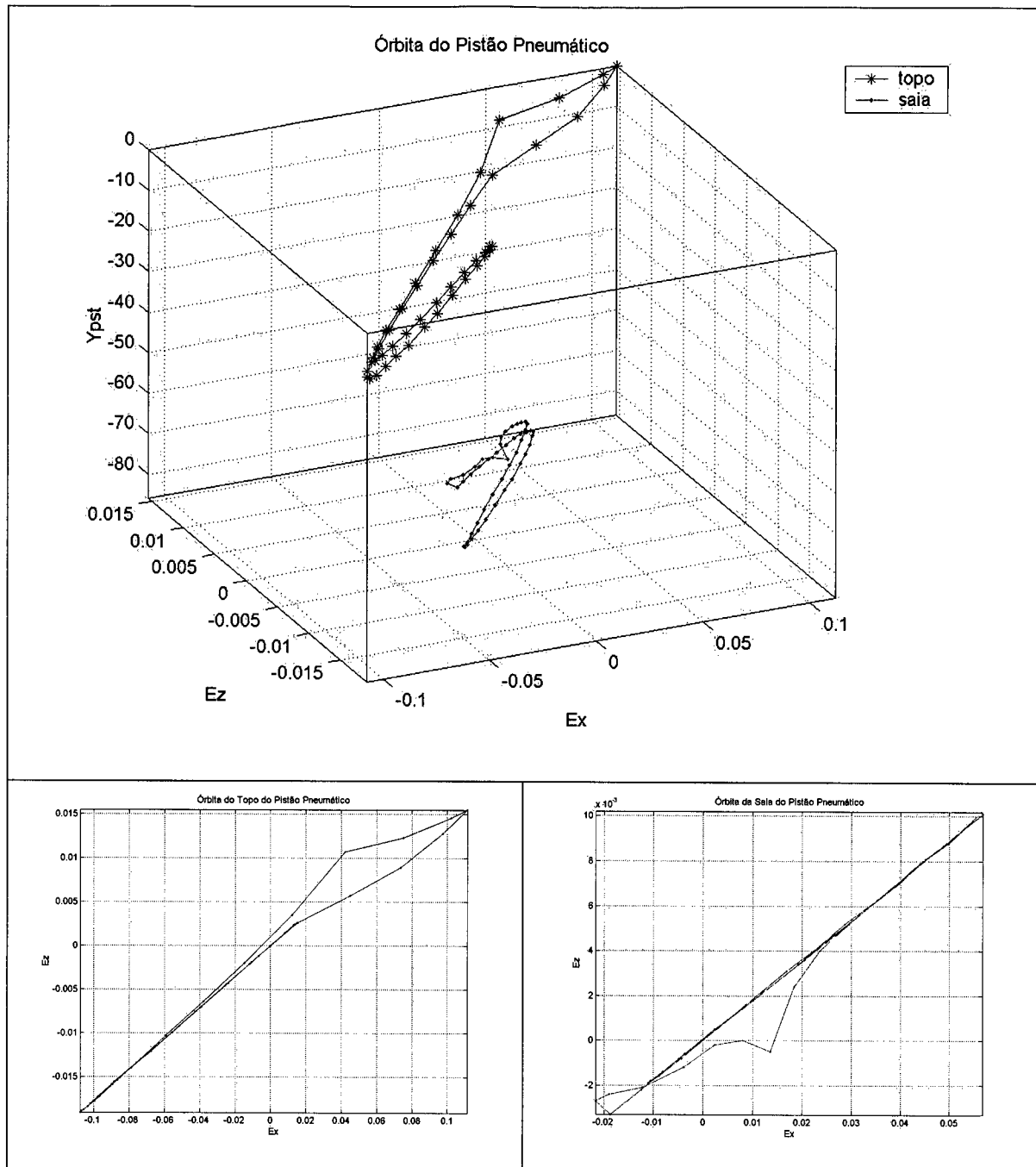
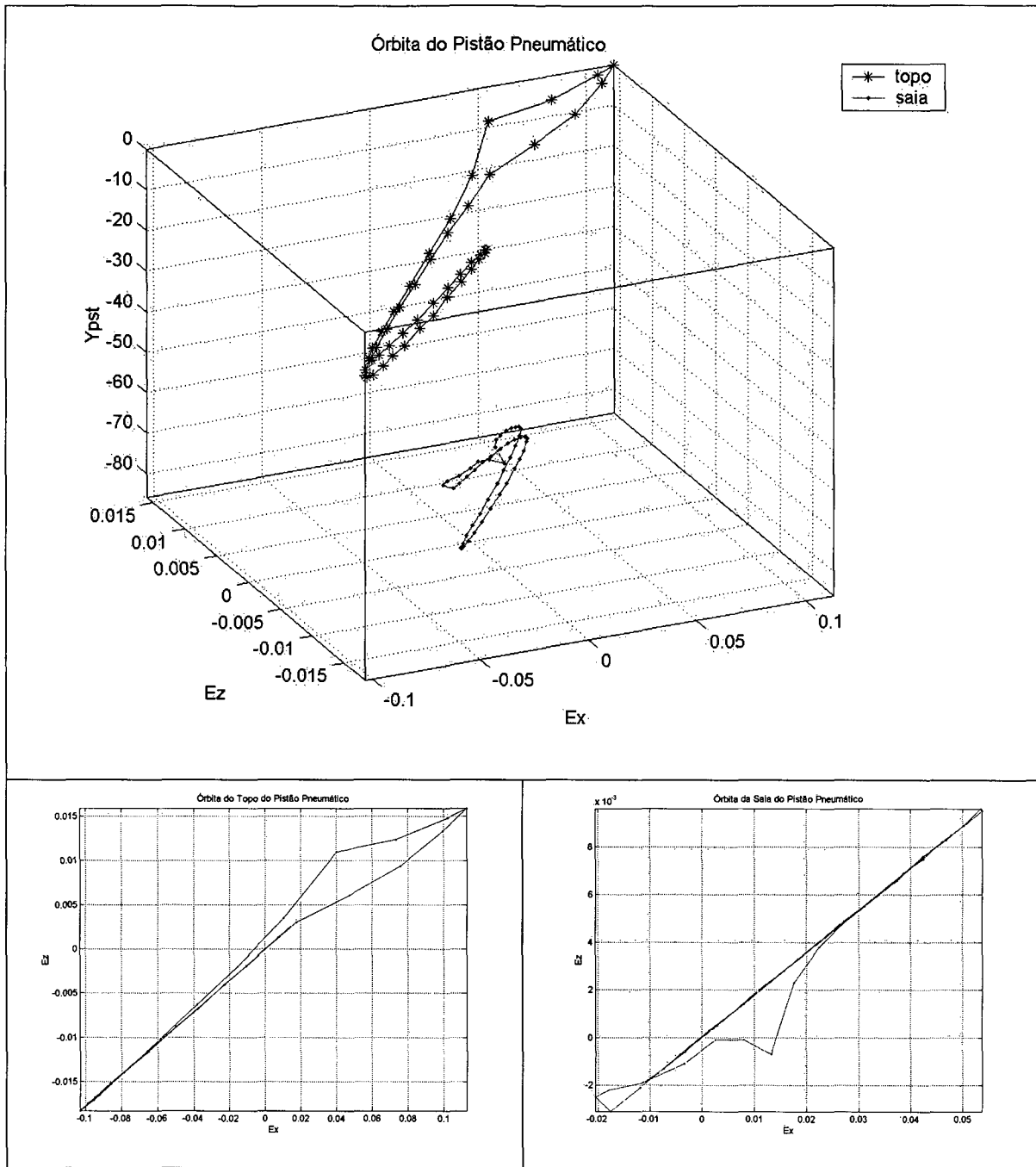


Figura F.7 – Órbita do pistão pneumático para um capilar com 700 μm de largura.



F

figura F.8 – Órbita do pistão pneumático para um capilar com 800 μm de largura.

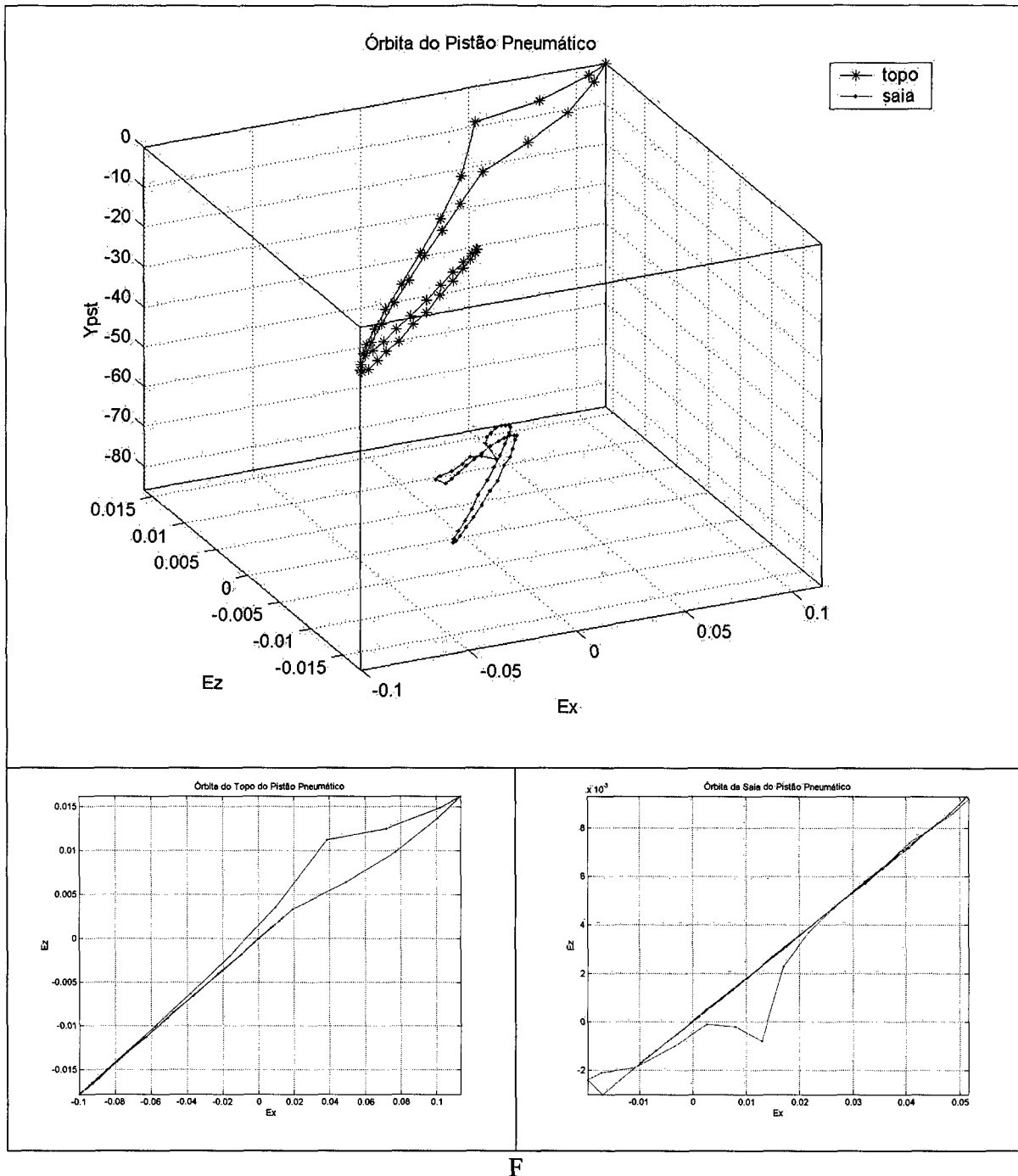


figura F.9 – Órbita do pistão pneumático para um capilar com 900 μm de largura.

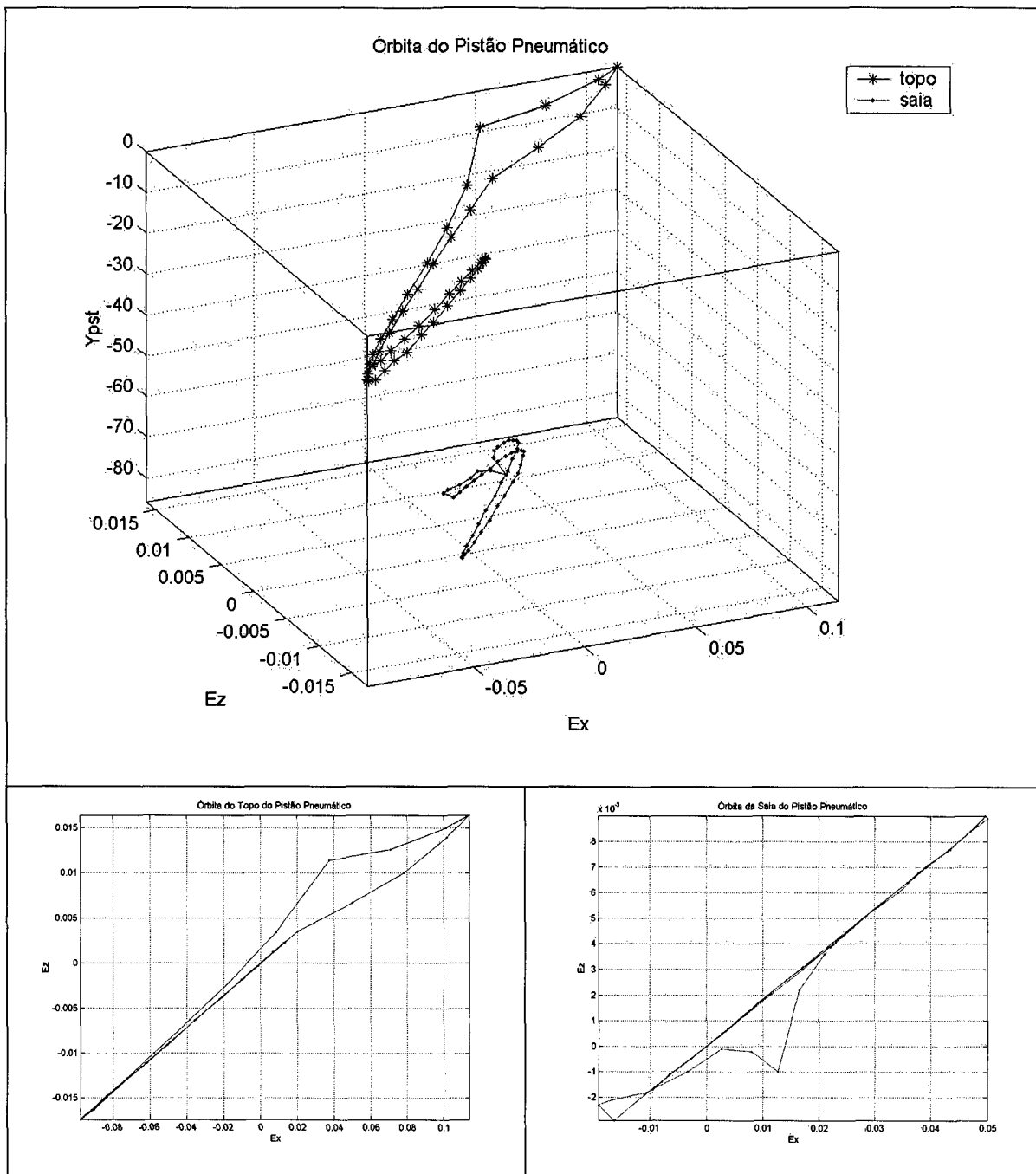


Figura F.10 – Órbita do pistão pneumático para um capilar com 1000 μm de largura.

Apêndice G

ESCOAMENTO NOS CAPILARES

Neste trabalho foi apresentada uma metodologia numérica para avaliar o comportamento dinâmico de um pistão pneumático para compressores de refrigeração domésticos. Foi utilizado um sub-modelo para a alimentação do filme fluido por capilares atuando como sistemas de auto-compensação do circuito de alimentação de lubrificante.

Como foi abordado no capítulo 2, os capilares foram modelados considerando o escoamento de refrigerante como incompressível e isotérmico. Esta abordagem implica em desconsiderar-se qualquer variação de massa específica ao longo do capilar, entretanto sabe-se que sob certas condições de operação, (elevados gradientes de pressão), o fluido sofre uma expansão proporcionada pelo atrito e desta maneira tem-se uma variação expressiva na massa específica do refrigerante ao longo dos capilares. Neste apêndice deu-se ênfase ao modelamento compressível do escoamento unidimensional isotérmico em regime permanente de refrigerante nos capilares, Deschamps (2001). A geometria do problema físico pode ser observada na figura a seguir.

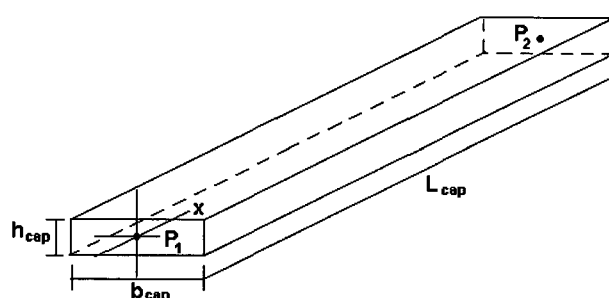


Figura G.1 – Geometria do capilar.

As equações que governam o fenômeno físico em questão são apresentadas a seguir.

- Equação da conservação da massa

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0 \quad (G.1)$$

- Equação da conservação da quantidade de movimento

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (G.2)$$

- Equação de estado para o fluido

$$\rho = \frac{p}{RT} \quad (G.3)$$

Tanto na formulação compressível como na incompressível, a vazão é diretamente proporcional ao gradiente de pressão experimentado pelo capilar. A seguir é apresentada a evolução das pressões na entrada e na saída dos capilares superiores no pistão pneumático padrão.

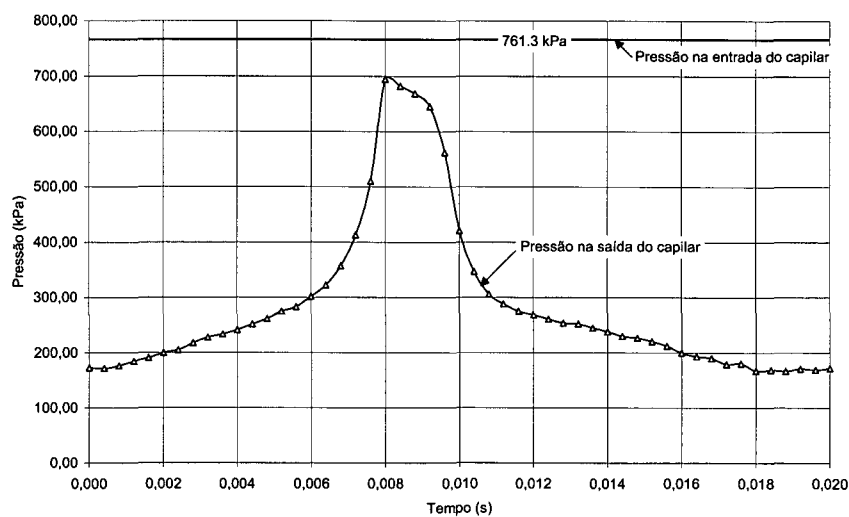


Figura G.2 – Evolução das pressões na entrada e na saída do capilar.

Como pode ser observado na figura G.2, a pressão na entrada do capilar foi considerada constante e igual a pressão de condensação e a pressão na saída igual a pressão do filme fluido obtida pela simulação do pistão pneumático padrão.

A seguir é apresentado um comparativo entre as vazões mássicas obtidas pela formulação compressível e pela formulação incompressível abordada neste trabalho.

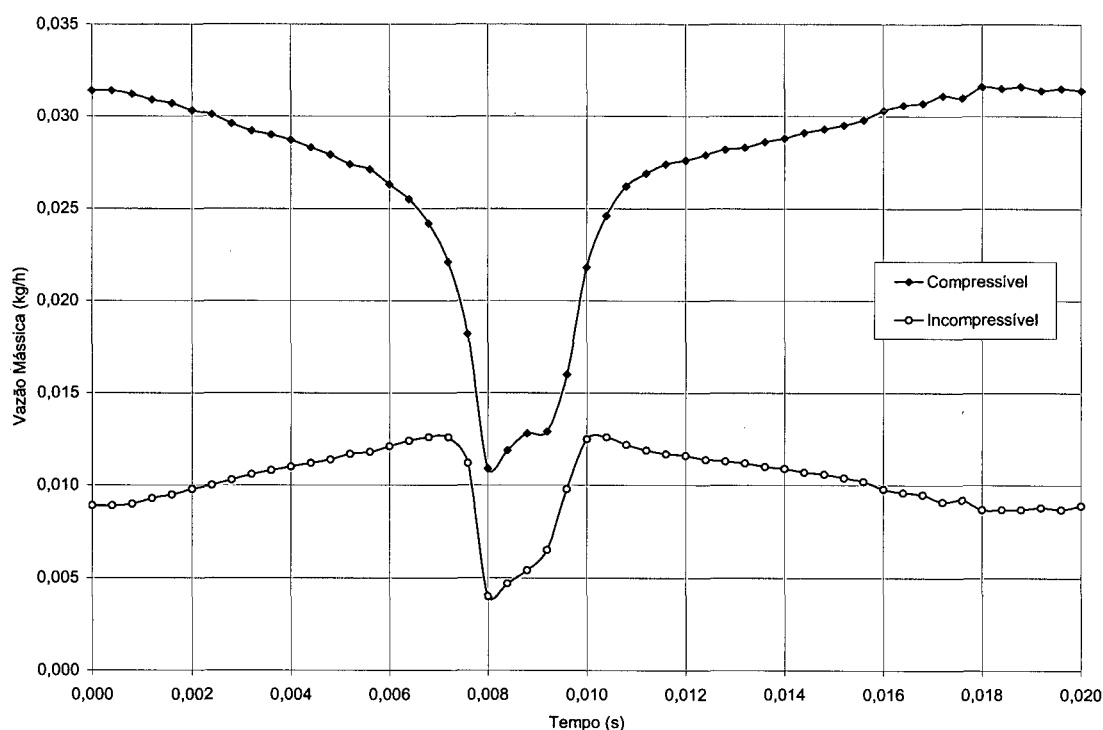


Figura G.3 – Influência da compressibilidade do fluido nas vazões mássicas insufladas – massa específica calculada pela pressão na saída do capilar.

Observando as figuras G.2 e G.3 pode-se observar que na formulação compressível obtém-se uma relação direta entre o gradiente de pressão e a vazão mássica insuflada pelo capilar, o mesmo não acontece na formulação adotada neste trabalho. Verificando-se o modelo implementado, observou-se que o comportamento inesperado obtido pela formulação adotada neste trabalho não está propriamente associado ao modelo incompressível, mas sim à avaliação errônea da massa específica do fluido, que está sendo avaliada pela pressão na saída do capilar. Se a massa específica do fluido refrigerante for avaliada pela pressão média entre a entrada e saída do capilar, os resultados obtidos aproximam-se dos obtidos com a formulação compressível, isto pode ser observado na figura a seguir.

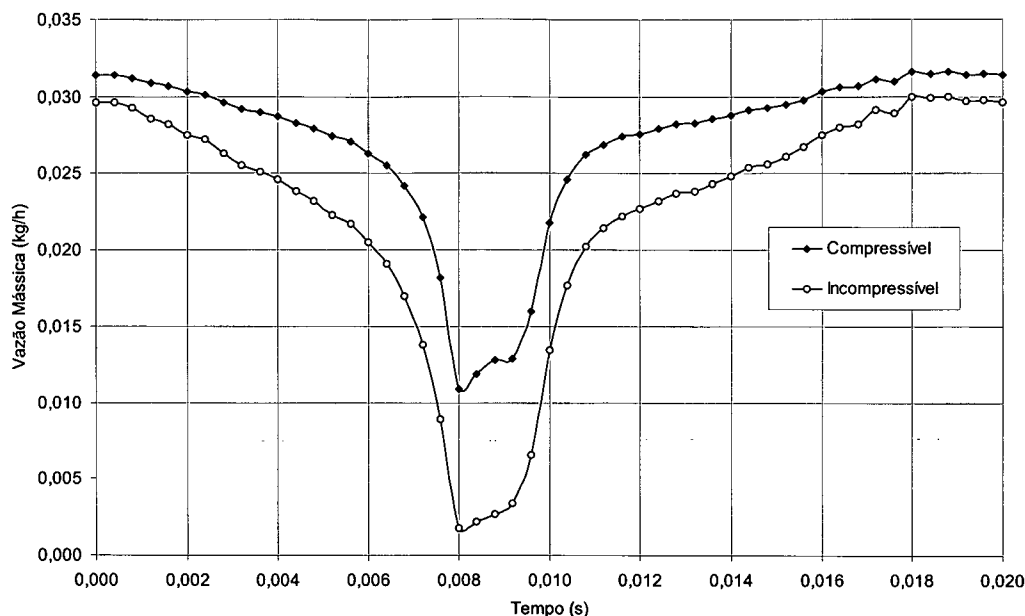


Figura G.4 – Influência da compressibilidade do fluido nas vazões mássicas insufladas – massa específica calculada pela média das pressões de entrada e saída.

Observa-se na figura G.4 que as vazões mássicas insufladas pelo capilar apresentam o mesmo comportamento e uma diferença bem menor que a obtida quando a massa específica do fluido refrigerante é avaliada pela pressão do filme fluido.

A seguir é apresentada queda de pressão experimentada pelo capilar no instante de 0,076 s.

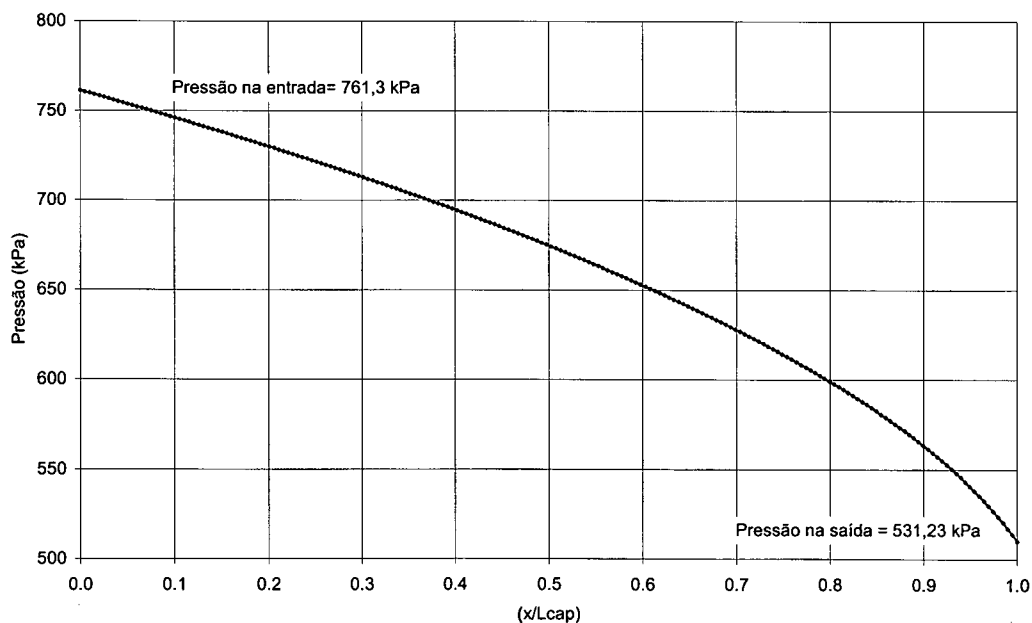


Figura G.5- Queda de pressão ao longo do capilar para o instante de 0,076 s.

A influência da pressão local sobre a velocidade e a massa específica do refrigerante é apresentada na figura G.6, a seguir.

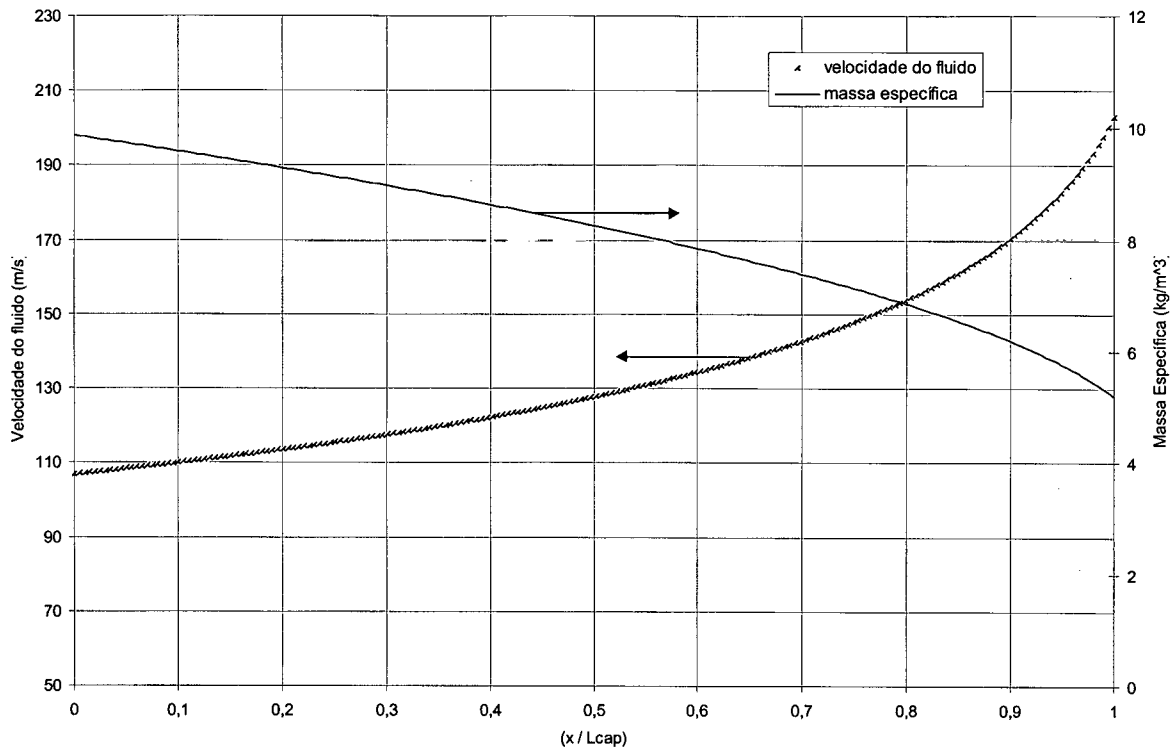


Figura G.6 – Massa específica local e velocidade local do fluido refrigerante ao longo do capilar para o instante de 0,076 s.

Pode-se dizer que o comportamento ambíguo apresentado nas figuras 4.35 e 4.36 seja justificado pela avaliação inadequada da massa específica do refrigerante.